

## СЕМИНАРУ ПО УРАВНЕНИЯМ СОБОЛЕВСКОГО ТИПА ЧЕТВЕРТЬ ВЕКА

*Е.М. Буряк, Т.К. Плышевская, А.Б. Самаров*

В 2016 году исполнилось 25 лет регулярной работе семинара по уравнениям соболевского типа. Мы уже имели повод отметить высочайший уровень элитной математической подготовки на кафедре уравнений математической физики Южно-Уральского государственного университета (национального исследовательского университета) [1]. Причину столь высокой эффективности мы видим в существовании мощной научной школы, которая ковалась именно на заседаниях семинара по уравнениям соболевского типа. История возникновения и становления семинара достаточно полно отражена в печати [2,3]. (Описаны даже выездные заседания в Магнитогорске [2].) Поэтому мы отметим здесь только наиболее значительные достижения участников семинара за последние 5 лет.

Одними из первых в этом списке стоят результаты А.В. Келлер, которой удалось разработать новые методы численного анализа экономических моделей В. Леонтьева «затраты-выпуск» с учетом запасов. В основе методов, разработанных Алевтиной Викторovной, лежит теорема о сходимости приближенных решений к точному [4]. Этот результат не имеет аналогов в мировой математической литературе. И как часто бывает в научном обиходе, добротные сработанные результаты нашли применение в области, весьма далекой от экономики, – теории оптимальных измерений [5]. Сейчас Алевтина Викторovна в составе научно-исследовательской группы, возглавляемой ректором ЮУрГУ А.Л. Шестаковым, активно разрабатывает новые приложения своих абстрактных результатов [6].

Важное направление – исследование уравнений соболевского типа высокого порядка – разрабатывает А.А. Замышляева [7]. Еще в аспирантуре ей посчастливилось найти условие, позволяющее начальным значениям таких уравнений формировать их фазовое пространство в линейном случае [8]. (Это условие известно ныне как «условие Замышляевой».) Сейчас Алена Александровна вместе со своими учениками изучает данное условие применительно к полуполинейным уравнениям соболевского типа высокого порядка [9].

Не менее важным направлением теории уравнений соболевского типа является изучение новых неклассических начальных условий, которые разрабатывает С.А. Загребина. Ею исследованы различные (многоточечные) начально-конечные условия для уравнений соболевского типа [10], которые являются не только обобщением классического условия Коши, но и уже ставшего широко известным начального условия Шоуолтера – Сидорова [11]. В настоящее время Софья Александровна вместе со своими учениками изучает данные условия применительно к различным неклассическим моделям математической физики, например, модели дорожного движения [12].

Одним из главнейших направлений теории уравнений соболевского типа является исследование задач оптимального управления. Н.А. Манакова построила общий

метод исследования оптимального управления для одного класса полулинейных уравнений соболевского типа в случае  $s$ -монотонного и  $p$ -коэрцитивного оператора [13]. Сейчас, наряду с аналитическими исследованиями [14], Наталья Александровна вместе со своими учениками разрабатывает численные методы, позволяющие на основе проекционного метода находить приближенные решения задач оптимального управления для неклассических моделей соболевского типа [15].

Большое число исследований посвящено детерминированным линейным или полулинейным моделям. Однако детерминированные модели не учитывают, что в натурных экспериментах правая часть уравнения может быть подвержена случайным возмущениям (например, в виде белого шума). Столь востребованное направление – теория стохастических уравнений соболевского типа – разрабатывается коллективом научной школы в различных направлениях. Первое направление – линейные стохастические уравнения соболевского типа с традиционным белым шумом – основано на подходе Ито – Стратоновича – Скорохода [16, 17]. Второе направление основано на подходе Нельсона – Гликлиха, где под «белым шумом» понимается производная Нельсона – Гликлиха винеровского процесса. Новая концепция «белого шума» в конечномерных и бесконечномерных пространствах была предложена в [18], причем были построены пространства дифференцируемых конечномерных «шумов». Дальнейшее развитие исследований линейных стохастических уравнений соболевского типа в пространствах дифференцируемых «шумов» было продолжено в работах [19–21], выполненных в рамках договора о содружестве с Болонским университетом (Италия).

В 2012 году среди участников семинара были замечены магистранты и аспиранты из Ирака. На их плечи легла тяжелейшая задача переноса идей и методов теории уравнений соболевского типа с банаховых на квазибанаховы пространства. Такой перенос стал возможен благодаря концепции квазисоболевых пространств [22]. В настоящее время в рамках данного направления получены пока что пионерские результаты [23–28], однако они весьма обнадеживают.

Итак, за истекшие пять лет в работе семинара по уравнениям соболевского типа можно выделить четыре устойчиво развивающихся направления, результаты которых получили международное признание [6, 16, 17, 29–31]. Кроме того, за этот же период в работе семинара возникли два новых активно развивающихся направления – стохастические уравнения соболевского типа и уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах. Столь впечатляющие успехи не могли остаться без внимания любителей «некорректного цитирования», которое представляет такую большую проблему для российской науки, что Президиум ВАК при Минобрнауки РФ разработал и опубликовал научно-методическое пособие [32], в котором собраны методы борьбы с этим злом. Авторы-составители [32] приводят весьма обширную коллекцию образчиков «некорректного цитирования», но только из социальных и гуманитарных наук. В точных науках данный грех выглядит очень необычно.

Так, например, некто А.Г. Баскаков (Воронежский госуниверситет) еще в конце прошлого века был пойман на препарировании результатов некоторых участников семинара [33]. Суть препарирования заключалась в замене авторской терминологии своей и последующей выдаче авторских результатов за свои. Столь незатейливая махинация не осталась без внимания, и вот уже В.Е. Федоров (Челябинский госуниверситет) в 2013 г. в Трудах Института математики и механики УрО РАН (т. 19, № 4, с. 267–278) «успешно» препарирует результаты докторской диссертации [34]. Не

отстает от В.Е. Федорова М.В. Плеханова (Челябинский госуниверситет), опубликовавшая в Сибирском математическом журнале (2015 г., т. 56, № 4, с. 909–921) препарированные результаты [9]. Примеры таких «некорректных цитирований» можно множить и множить, однако мы закончим статью высказыванием бессменного руководителя семинара – профессора Г.А. Свиридюка: «Вор плохого не возмет» [35].

И все же, несмотря на досадное недоразумение в виде некорректного цитирования, семинар развивается весьма успешно. Пожелаем же участникам этого семинара новых ярких творческих успехов и толковых учеников.

## Литература

1. Буряк, Е.М. Элитное математическое образование на кафедре уравнений математической физики факультета математики, механики и компьютерных технологий института естественных и точных наук ФГАОУ ВО «ЮУрГУ (НИУ)» / Е.М. Буряк, Т.К. Плышевская, А.Б. Самаров // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2016. – Т. 9, № 4. – С. 159–163.
2. Свиридюк, Г.А. К пятидесятилетию семинара по уравнениям соболевского типа / Г.А. Свиридюк // Вестник МаГУ. Математика. – Магнитогорск: МаГУ, 2006. – Вып. 9. – С. 167–176.
3. Келлер, А.В. К двадцатилетию семинара по уравнениям соболевского типа / А.В. Келлер // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2011. – № 25 (242), вып. 9. – С. 119–121.
4. Келлер, А.В. Алгоритм решения задачи Шоултера – Сидорова для моделей леонтьевского типа / А.В. Келлер // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2011. – № 4 (221), вып. 7. – С. 40–46.
5. Шестаков, А.Л. Численное решение задачи оптимального измерения / А.Л. Шестаков, А.В. Келлер, Е.И. Назарова // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 1. – С. 107–115.
6. The Numerical Algorithms for the Measurement of the Deterministic and Stochastic Signals / A.V. Keller, A.L. Shestakov, G.A. Sviridyuk, Yu.V. Khudyakov // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. – 2015. – V. 113. – P. 183–195.
7. Замышляева, А.А. Математические модели соболевского типа высокого порядка / А.А. Замышляева // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 2. – С. 5–28. DOI: 10.14529/mmp140201
8. Zamyshlyayeva, A.A. Nonclassical Equations of Mathematical Physics. Linear Sobolev Type Equations of Higher Order / A.A. Zamyshlyayeva, G.A. Sviridyuk // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2016. – Т. 8, № 4. – С. 5–16.
9. Замышляева, А.А. Фазовое пространство модифицированного уравнения Буссинеска / А.А. Замышляева, Е.В. Бычков // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2012. – № 18 (277), вып. 12. – С. 13–19.
10. Загребина, С.А. Начально-конечные задачи для неклассических моделей математической физики / С.А. Загребина // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2013. – Т. 6, № 2. – С. 5–24.
11. Свиридюк, Г.А. Задача Шоултера – Сидорова как феномен уравнений соболевского типа / Г.А. Свиридюк, С.А. Загребина // Известия Иркутского государственного университета. Серия: Математика. – 2010. – Т. 3, № 1. – С. 51–72.
12. Свиридюк, Г.А. Уравнения Осколкова на геометрических графах как математическая модель дорожного движения / Г.А. Свиридюк, С.А. Загребина, А.С. Конкина // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2015. – Т. 8, № 3. – С. 148–154.

13. Манакова, Н.А. Математические модели и оптимальное управление процессами фильтрации и деформации / Н.А. Манакова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2015. – Т. 8, № 3. – С. 5–24.
14. Манакова, Н.А. Оптимальное управление решениями начально-конечной задачи для линейной модели Хоффа / Н.А. Манакова, А.Г. Дыльков // Математические заметки. – 2013. – Т. 94, № 2. – С. 225–236.
15. Богатырева, Е.А. Численное моделирование процесса неравновесной противоточной капиллярной пропитки / Е.А. Богатырева, Н.А. Манакова // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2016. – Т. 56, № 1. – С. 125–132.
16. Zamyshlyayeva, A.A. The Linearized Benney – Luke Mathematical Model with Additive White Noise / A.A. Zamyshlyayeva, G.A. Sviridyuk // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 327–337.
17. Zagrebina, S.A. The Stochastic Linear Oskolkov Model of the Oil Transportation by the Pipeline / Zagrebina S.A., Soldatova E.A., Sviridyuk G.A. // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 317–325.
18. Свиридюк, Г.А. Динамические модели соболевского типа с условием Шоултера – Сидорова и аддитивными шумами / Г.А. Свиридюк, Н.А. Манакова // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 90–103.
19. Favini, A. Linear Sobolev Type Equations with Relatively  $p$ -Sectorial Operators in Space of «Noises» // A. Favini, G.A. Sviridyuk, N.A. Manakova // Abstract and Applied Analysis. – 2015. – V. 2015. – Article ID 697410. – 8 p.
20. Favini, A. One Class of Sobolev Type Equations of Higher Order with Additive «White Noise» / A. Favini, G.A. Sviridyuk, A.A. Zamyshlyayeva // Communications on Pure and Applied Analysis. – 2016. – V. 15, № 1. – P. 185–196.
21. Favini, A. Linear Sobolev Type Equations with Relatively  $p$ -Radial Operators in Space of «Noises» / A. Favini, G.A. Sviridyuk, M.A. Sagadeeva // Mediterranean Journal of Mathematics. – 2016. – P. 1–15. DOI: 10.1007/s00009-016-0765-x
22. Свиридюк, Г.А. Теорема о расщеплении в квазибанаховых пространствах / Г.А. Свиридюк, Д.К. Аль-Делфи // Математические заметки СВФУ. – 2013. – Т. 20, № 2. – С. 180–185.
23. Келлер, А.В. Голоморфные вырожденные группы операторов в квазибанаховых пространствах / А.В. Келлер, Д.К. Аль-Делфи // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2015. – Т. 7, № 1. – С. 20–27.
24. Замышляева, А.А. Фазовое пространство одного класса уравнений соболевского типа высокого порядка в квазибанаховых пространствах / А.А. Замышляева, Х.М.А. Аль Хелли // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2014. – № 4. – С. 131–138.
25. Свиридюк, Г.А. Вырожденные  $C_0$ -непрерывные полугруппы операторов в квазибанаховых пространствах / Г.А. Свиридюк, М.А. Сагадеева, А.С.Р. Рашид // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. – 2015. – № 3. – С. 134–144.
26. Сагадеева, М.А. Существование инвариантных подпространств и экспоненциальных дихотомий решений динамических уравнений соболевского типа в квазибанаховых пространствах / М.А. Сагадеева, Ф.Л. Хасан // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2015. – Т. 7, № 4. – С. 46–53.

27. Замышляева, А.А. Голоморфные вырожденные полугруппы операторов и эволюционные уравнения соболевского типа в квазисоболевых пространствах последовательностей / А.А. Замышляева, Д.К.Т. Аль-Исави // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математика. Механика. Физика. – 2015. – Т. 7, № 4. – С. 27–36.
28. Sviridyuk, G.A. The Barenblatt – Zheltov – Kochina Model with Additive White Noise in Quasi-Sobolev Spaces / G.A. Sviridyuk, N.A. Manakova // Journal of Computational and Engineering Mathematics. – 2016. – Т. 3, № 1. – С. 61–67.
29. Manakova, N.A. An Optimal Control of the Solutions of the Initial-Final Problem for Linear Sobolev Type Equations with Strongly Relatively p-Radial Operator / N.A. Manakova, G.A. Sviridyuk // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 213–224.
30. Sagadeeva, M.A. The Nonautonomous Linear Oskolkov Model on a Geometrical Graph: the Stability of Solutions and the Optimal Control Problem / M.A. Sagadeeva, G.A. Sviridyuk // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 257–271.
31. Shestakov, A.L. Dynamical Measurements in the View of the Group Operators Theory / A.L. Shestakov, G.A. Sviridyuk, Y.V. Khudyakov // Semigroups of Operators – Theory and Applications. – Cham, Heidelberg, New York, Dordrecht, London: Springer, 2015. – P. 273–286.
32. О плагиате в диссертациях на соискание ученой степени / [авт.-сост.: С.М. Шахрай, И.И. Аристер, А.А. Тедеев]. – М.: МИИ, 2015. – 192 с.
33. Свиридюк, Г.А. Об одном множестве «новых» результатов / Г.А. Свиридюк, В.Е. Федоров // Современные методы теории функций и смежные проблемы: тез. докл. – Воронеж, 2001. – С. 236–238. – URL: <http://umf.susu.ru/stuff/sviridyuk-fedorov-1.pdf>
34. Сукачева, Т.Г. Исследование математических моделей несжимаемой вязкоупругой жидкостей: дис. ... докт. физ.-мат. наук / Т.Г. Сукачева. – Великий Новгород, 2004.
35. Свиридюк, Г.А. Моя задача – найти людей, которые без математики не могут: [интервью] [Электронный ресурс] / беседовала С. Григорьева // Cheldiplom.ru: [сайт]. – URL: <http://cheldiplom.ru/text/charisma/16815.html>

Елена Михайловна Буряк, кандидат исторических наук, доцент, кафедра всеобщей истории, Магнитогорский государственный технический университет им. Г.И. Носова (г. Магнитогорск, Российская Федерация), [lench81@inbox.ru](mailto:lench81@inbox.ru).

Татьяна Константиновна Плышевская, кандидат физико-математических наук, доцент (г. Магнитогорск, Российская Федерация), [plish@mail.ru](mailto:plish@mail.ru).

Александр Борисович Самаров, кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра уравнений математической физики, Южно-Уральский государственный университет (г. Челябинск, Российская Федерация), [samarovab@susu.ru](mailto:samarovab@susu.ru).

*Поступила в редакцию 27 декабря 2016 г.*