

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС WAVES-L ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В УПРУГОМ СЛОЕ

*Е.В. Глушков¹, Н.В. Глушкова¹, С.И. Фоменко¹, А.А. Еремин¹,
А.А. Евдокимов¹, О.И. Новиков¹*

¹Кубанский государственный университет, г. Краснодар, Российская Федерация

Приводится описание программного комплекса WAVES-L, предназначенного для быстрого и наглядного моделирования волновых полей, возбуждаемых заданными поверхностными нагрузками в упругом слое с тремя вариантами закрепления его нижней грани. В основу алгоритмов, реализованных в программном комплексе, положены явные интегральные представления решения соответствующих краевых задач и выведенные из них асимптотические представления для бегущих волн в дальней от источника зоне. В ближней зоне, в том числе и под источником, амплитудно-частотные характеристики суммарного волнового поля определяются с помощью численного интегрирования несобственных контурных интегралов. Реализована также возможность расчета дисперсионных характеристик и собственных форм каждой из возбуждаемых бегущих волн. Удобный графический интерфейс позволяет легко менять параметры модели и визуализировать частотные и пространственные зависимости волновых характеристик как для отдельных волн, так и для суммарного волнового поля. Программный комплекс может применяться при решении задач ультразвукового неразрушающего контроля и мониторинга состояния тонкостенных инженерных конструкций, а также использоваться в учебном процессе в рамках лабораторных занятий по профильным предметам. Приводятся снимки экрана программы и графики сравнения дисперсионных кривых с экспериментальными измерениями.

Ключевые слова: упругий слой; нормальные моды; интегральные и асимптотические представления волновых полей; графический пользовательский интерфейс.

Введение

Системы контроля состояния протяженных тонкостенных инженерных конструкций, использующие сети активных пьезоэлементов, автономных беспроводных датчиков и лазерную виброметрию, находят все более широкое применение на практике. Наглядным примером здесь могут служить пассивные системы постоянного мониторинга состояния фюзеляжа и других элементов конструкций современных авиалайнеров, базирующиеся на обработке информации, поступающей от встроенных пьезоэлектрических тензометрических и температурных датчиков, расположенных во всех частях воздушного судна. Все более широко в таких системах используются технологии дистанционного ультразвукового волнового мониторинга, основанные на возбуждении зондирующих и регистрации рассеянных бегущих упругих волн (волн Лэмба), относительно редкой сетью активных пьезосенсоров [1, 2].

Важным этапом проектирования и настройки систем активного ультразвукового мониторинга является компьютерное моделирование волновых процессов в инспектируемых тонкостенных конструкциях. В частности, информация о дисперсионных характеристиках (частотных зависимостях скоростей и длин бегущих волн) используется для оптимизации расположения элементов сети датчиков/актуаторов на конструкции, определения координат и оценки размеров повреждения, обнаруженного

системой по отраженному и рассеянному волновому полю [3, 4]. Количественные характеристики волновых полей необходимы также для проектирования и оптимизации устройств на поверхностных акустических волнах, при решении задач вибровоздействия и виброизоляции, в геофизике, сейсмостойком строительстве и т.д.

К настоящему времени интегральные и асимптотические решения, описывающие волновые поля, возбуждаемые в однородном изотропном упругом слое поверхностными нагрузками, хорошо известны [5, 6]. Однако, даже для таких относительно несложных волноводных структур круг доступных и удобных для пользователей компьютерных моделей сравнительно узок. Одна из самых известных – программа DISPERSE, разработанная в Империял Колледже, Лондон (<http://www.imperial.ac.uk/non-destructive-evaluation/products-and-services/disperse>). Она предназначена для построения дисперсионных кривых и собственных форм бегущих волн в слоистых упругих волноводах различного строения. Оформленная как коммерческий продукт, эта программа получила широкое распространение в образовательной, научной и инженерной среде, на ее использование нередко ссылаются в научных статьях. На сайтах некоторых исследовательских групп, работающих в области ультразвукового неразрушающего контроля, также встречаются описания и демо-версии аналогичных программ. Разработчикам систем волнового мониторинга хорошо известны, например, программные комплексы Лаборатории активных материалов и смарт структур Университета Южной Каролины, США (LAMSS Products: Software, <http://www.me.sc.edu/research/lamss/html/software.html>).

Главное отличие разрабатываемого программного комплекса WAVES-L от указанных выше программных продуктов состоит в учете источника колебаний. В то время как DISPERSE и другие аналогичные программы базируются на результатах модального анализа для упругого волновода, и потому дают возможность рассчитывать только собственные характеристики нормальных мод (групповая и фазовая скорость, собственные формы), WAVES-L, наряду с этим, позволяет вычислять и амплитудные характеристики волновых полей, генерируемых заданным источником в ближней и дальней зоне для различных видов поверхностной нагрузки.

Программный комплекс, представляемый в настоящей статье, является первой версией программных продуктов с дружественным пользовательским интерфейсом, создаваемых на основе полученных авторами полуаналитических решений для слоистых упругих волноводов различной степени сложности (однородные, многослойные, анизотропные, градиентные, водонасыщенные и др.). Их программная реализация уже прошла тестовую, а в некоторых случаях и экспериментальную проверку [7–11]. Основная часть работы при создании на этой основе программного продукта была связана с разработкой удобного пользовательского интерфейса. Поэтому текущая версия ограничивается пока только случаем однородных изотропных волноводов, что, тем не менее, позволяет использовать ее в таких важных для практики случаях, как волновой мониторинг металлических тонкостенных конструкций (дюралюминевая обшивка, стальные стенки трубопроводов и т.п.) или расчет динамической реакции оснований и фундаментов. В качестве ее развития планируется добавление модуля расчета нестационарных колебаний по полученным частотным спектрам (см. (1)) и, далее, обобщение на случай слоистых композитов (многослойные анизотропные волноводы) [9, 12].

В первом разделе статьи дается краткая сводка математических основ программного комплекса, а также приводятся ссылки на статьи и монографии, содержащие более детальное описание используемой математической техники и полученных решений. Далее описывается структура комплекса и основные режимы его работы. Описание иллюстрируется снимками экрана графических окон ввода управляющих параметров и результатов расчетов. Кроме того, приводятся примеры сопоставления численных результатов с экспериментальными данными, демонстрирующие применимость WAVES-L для моделирования реальных волновых процессов в волноводных структурах, встречающихся на практике. В заключении приводится сводка основных характеристик комплекса и дается краткий обзор планируемых направлений его развития на основе уже имеющихся решений для волноводов усложненной структуры (многослойность, анизотропия, пористость и др.).

1. Математические основы программного комплекса

1.1. Постановка задачи

Рассматривается упругий полосовой волновод толщины h , занимающий в декартовой системе координат (x, z) область $D : -\infty < x < \infty, -h \leq z \leq 0$ (рис. 1).

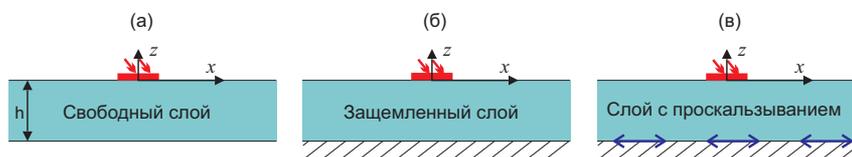


Рис. 1. Геометрия задачи: три типа моделируемых упругих волноводов

Распространение волн описывается зависящим от времени t (нестационарным) векторным полем смещений (колебаний) точек среды $\mathbf{u}(x, z, t)$ относительно их исходного положения (x, z) . Амплитуда нестационарных колебаний считается малой и в рамках линейной теории упругости определяется независимо от статических смещений, деформаций и перемещения как твердого тела (в случае незакрепленного волновода) [5, 6]. Нестационарные колебания характеризуются частотным спектром $\mathbf{u}(x, z, \omega)$:

$$\mathbf{u}(x, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}(x, z, \omega) e^{-i\omega t} d\omega, \quad (1)$$

который в силу линейности определяется решением соответствующей краевой задачи для установившихся гармонических колебаний. Для рассматриваемых волноводов предполагается, что установившиеся колебания $\mathbf{u}(x, z) e^{-i\omega t}$ вызваны нагрузкой $\mathbf{q}(x) e^{-i\omega t}$, приложенной к поверхности волновода $z = 0$ в области $\Omega: |x| < a$ (рис. 1). Здесь $\mathbf{u}(x, z)$ – комплексная амплитуда (частотный спектр) вектора перемещений частиц среды в точке $(x, z) \in D$; $\mathbf{q}(x)$ – функция, задающая распределение поверхности нагрузки в области ее приложения Ω ; $\omega = 2\pi f$ – круговая частота установившихся колебаний (f – частота; t – время). Гармонический множитель $e^{-i\omega t}$ в дальнейшем опущен.

В текущей версии комплекса предполагается, что нагрузка $\mathbf{q}(x)$ и, как следствие, смещение не зависят от координаты y (плоская постановка), а векторы \mathbf{u} , $\boldsymbol{\tau}$ и \mathbf{q}

соответственно считаются двухкомпонентными вектор-столбцами:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}(x, z) = (u_1, u_2)^T, \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(x, z) = (\tau_{12}, \tau_{22})^T, \mathbf{q} = \mathbf{q}(x) = (q_1, q_2)^T.$$

Комплексная амплитуда вектора смещений \mathbf{u} удовлетворяет уравнениям Ляме:

$$(\lambda + \mu)\nabla \operatorname{div} \mathbf{u} + \mu \Delta \mathbf{u} + \rho \omega^2 \mathbf{u} = 0, \quad (x, z) \in D, \quad (2)$$

где λ, μ – константы Ляме, ρ – плотность упругого слоя. На верхней границе $z = 0$ нагрузка приложена к свободной поверхности:

$$\boldsymbol{\tau}(x, 0) = \begin{cases} \mathbf{q}(x), & |x| \leq a, \\ 0, & |x| \geq a, \end{cases} \quad (3)$$

а на нижней границе возможны три варианта граничных условий:

– свободный слой (рис. 1 а):

$$\boldsymbol{\tau}(x, -h) = 0; \quad (4)$$

– слой с фиксированной нижней гранью (рис. 1 б):

$$\mathbf{u}(x, -h) = 0; \quad (5)$$

– слой, лежащий без трения на жестком основании (рис. 1 в):

$$\tau_{12}(x, -h) = 0, u_z(x, -h) = 0. \quad (6)$$

Условия излучения на бесконечности (при $x \rightarrow \pm\infty$) формулируются в соответствии с принципом предельного поглощения [13].

Предусмотрен выбор следующих видов поверхностной нагрузки, задающей источник колебаний:

– точечная (сосредоточенная) нагрузка:

$$\mathbf{q}(x) = \mathbf{P}_0 \delta(x);$$

– нагрузка, моделирующая действие полосового пьезоактивного элемента с помощью пары разнонаправленных точечных сил, заданных на краях области контакта:

$$\mathbf{q}(x) = \mathbf{P}_0 (\delta(x + a) - \delta(x - a));$$

– равномерно распределенная нагрузка:

$$\mathbf{q}(x) = \mathbf{P}_0 / (2a);$$

– произвольная нагрузка, закон распределения которой в области контакта $|x| < a$ задается пользователем с помощью написанной на FORTRAN функции, реализующей вычисление требуемой зависимости $\mathbf{p}(x)$ или ее Фурье символа $\mathbf{P}(\alpha) = \mathcal{F}_x[\mathbf{p}]$:

$$\mathbf{q}(x) = \mathbf{p}(x).$$

Здесь $\delta(x)$ – δ -функция Дирака, a – полуширина области приложения нагрузки, \mathbf{P}_0 – переменный векторы комплексных амплитуд приложенной нагрузки. вектор суммарной нагрузки (силы).

1.2. Интегральное и асимптотическое представление волновых полей

Решение краевых задач (2)–(6) получено в явном виде в форме контурного интеграла обратного преобразования Фурье:

$$\mathbf{u}(x, z) = \mathcal{F}_x^{-1}[\mathbf{U}] = \frac{1}{2\pi} \int_{\Gamma} K(\alpha, z) \mathbf{Q}(\alpha) e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (7)$$

Здесь $\mathbf{U}(\alpha, z) = \mathcal{F}_x[\mathbf{u}(x, z)] = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{u}(x, z) e^{i\alpha x} dx$ – Фурье символ вектор-функции \mathbf{u} ; \mathcal{F}_x и \mathcal{F}_x^{-1} – операторы прямого и обратного преобразования Фурье по координате x ; α – параметр преобразования Фурье; $K(\alpha, z) = \mathcal{F}_x[k]$ и $\mathbf{Q}(\alpha) = \mathcal{F}_x[\mathbf{q}]$ – Фурье-символы матрицы Грина упругой полосы $k(x, z)$ и вектора поверхностной нагрузки $\mathbf{q}(x)$.

Контур интегрирования Γ в представлении (7) идет вдоль вещественной оси, отклоняясь от нее в комплексную плоскость α для обхода вещественных полюсов $\pm\zeta_n$ элементов матрицы $K(\alpha, z) = \hat{K}(\alpha, z)/\Delta(\alpha)$, т.е. вещественных корней $\alpha = \zeta_n(\omega)$ характеристического (дисперсионного) уравнения

$$\Delta(\alpha, \omega) = 0. \quad (8)$$

Подробное описание техники вывода представления (7), элементов матрицы K и приведенного ниже выражения (9) для бегущих волн, возбуждаемых заданной нагрузкой \mathbf{q} , имеется в работах [5, 7, 14] и цитируемых в них статьях. Здесь и далее используются обозначения этих работ.

Замыкание контура Γ в нижнюю или верхнюю полуплоскость комплексной плоскости α и применение теоремы Коши о вычетах позволяет свести интегральное представление (7) к ряду по вычетам в полюсах $\pm\zeta_n$:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x, z) &= \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{a}_n^{\pm}(z) e^{\pm i\zeta_n(x \mp a)}, \quad |x| \geq a, \\ \mathbf{a}_n^{\pm}(z) &= \mp i \operatorname{res} K(\alpha, z) \mathbf{Q}(\alpha) e^{\mp i\alpha a} \Big|_{\alpha=\mp\zeta_n}, \quad \operatorname{res} K \Big|_{\alpha=\mp\zeta_n} = \hat{K}(\mp\zeta_n, z) / \Delta'(\mp\zeta_n). \end{aligned} \quad (9)$$

Верхний знак для $x > a$, нижний для $x < -a$.

Полюса ζ_n упорядочены в порядке возрастания их мнимой части ($\operatorname{Im} \zeta_{n+1} \geq \operatorname{Im} \zeta_n$). Первые N_r полюсов вещественны ($\operatorname{Im} \zeta_n = 0$, $n = 1, 2, \dots, N_r$) и упорядочены в порядке убывания вещественной части ($\operatorname{Re} \zeta_{n+1} < \operatorname{Re} \zeta_n$, $n + 1 \leq N_r$). Соответственно, первые N_r слагаемых представления (9) описывают бегущие волны, распространяющиеся на бесконечность без затухания с фазовой и групповой скоростями c_n и v_n или медленностью s_n :

$$c_n = \frac{\omega}{\zeta_n}, \quad v_n = \frac{d\omega}{d\zeta_n}, \quad s_n = \frac{1}{c_n} = \frac{\zeta_n}{\omega}. \quad (10)$$

При этом вещественные полюса ζ_n – это волновые числа бегущих волн. Вклад остальных (комплексных) полюсов ζ_n ($n \geq N_r + 1$) описывает затухающие (неоднородные) волны, амплитуда которых экспоненциально убывает с удалением от края источника как $O(e^{-\operatorname{Im}\zeta_n(|x|-a)})$ при $|x| \rightarrow \infty$.

Амплитуда бегущих волн характеризуется амплитудными векторами $\mathbf{a}_n^{\pm}(z)$, которые зависят как от вида и упругих свойств волновода (через матрицу K), так и от нагрузки \mathbf{q} (через вектор \mathbf{Q}). Зависимость компонент этих векторов от глубины z описывает собственные формы нормальных мод.

2. Описание программного комплекса WAVES-L

2.1. Структура программного комплекса и обзор реализованных в нем численных алгоритмов

Интерфейс (управление) и графическая часть программы выполнена на платформе MATLAB средствами GUIDE [15]. Вычислительное ядро WAVES-L реализовано на языке FORTRAN в форме статических библиотек и подключается к модулям MATLAB с помощью тех-файлов. Использование вычислительных процедур, реализованных на языке FORTRAN, значительно повышает эффективность и скорость расчетов. При этом подготовленные MATLAB-совместимые тех-файлы для каждого блока типовых расчетов (решение дисперсионного уравнения, вычисление собственных форм и амплитуд бегущих волн, вычисление волнового поля в заданных точках) имеют для всех типов волноводов общие программные интерфейсы, что совместно с использованием переменных функционального типа и объектно-ориентированной технологии программирования в MATLAB придает разработанному пользовательскому графическому интерфейсу гибкость и черты полиморфизма (рис. 2).

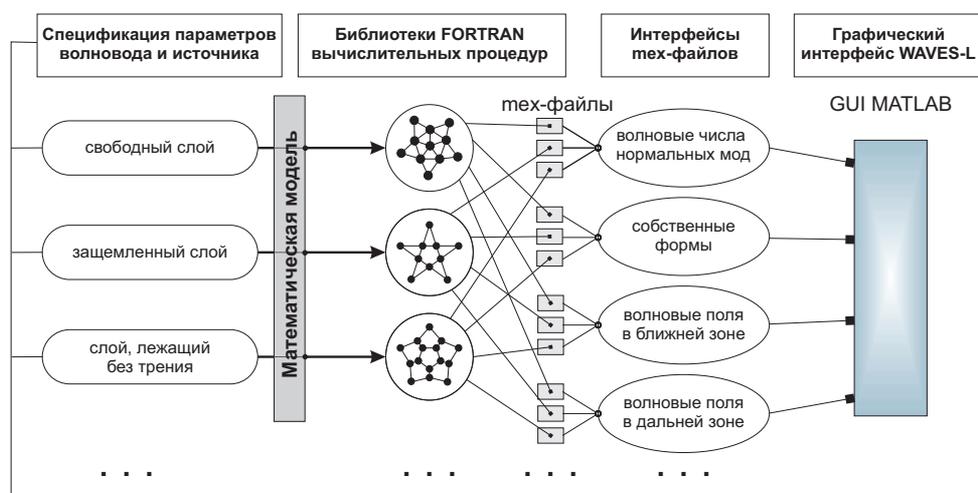


Рис. 2. Структура программного комплекса WAVES-L

Программный комплекс WAVES-L – это многооконное приложение, в котором дополнительные диалоговые окна служат для вывода сообщений об ошибках ввода входных данных, добавления упругих свойств новых материалов в базу данных, вывода графиков параметрических зависимостей на экран и сохранения их в различных графических форматах. Основное окно приложения (рис. 3 а) реализовано в форме интуитивно понятного интерфейса меню-вкладок, с помощью которых пользователем осуществляется выбор необходимых параметров упругого волновода и приложенной к его поверхности нагрузки, вид требуемых графиков параметрических зависимостей (частотные диапазоны, области изменения пространственных координат и др.), а также контроль и анализ полученных результатов численных расчетов. Примеры графического представления результатов расчетов приведены на рис. 3 б–г.

Для заданного волновода и источника колебаний программный комплекс WAVES-L позволяет:

- строить дисперсионные кривые (зависимости ζ_n , c_n , v_n или s_n от f), рис. 3 б;
- анализировать собственные формы нормальных мод (зависимости $\mathbf{a}_n^\pm(z)$), рис. 3 в;

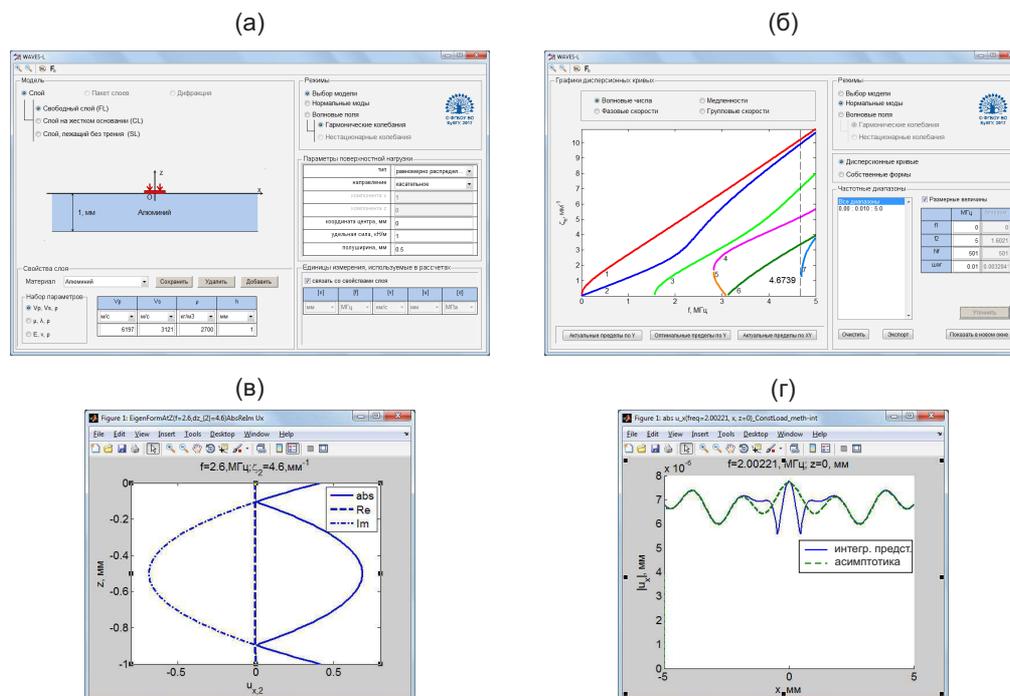


Рис. 3. Примеры графических окон: а) начальное окно задания параметров слоя и нагрузки, б) дисперсионные кривые нормальных мод (волновые числа ζ_n), в) собственная форма (зависимость амплитуды одной из мод от поперечной координаты z) на заданной частоте, г) зависимость от x амплитуды колебаний поверхности слоя, вычисленная с помощью точного интегрального представления (б) и асимптотики бегущих волн (8)

- получать частотные зависимости амплитуды и фазы смещений $\mathbf{u}(x, z, f)$ для заданных точек (x, z) ;
- строить графики зависимостей компонент вектора смещений u_1 и u_2 и напряжений $\tau_{12}, \tau_{22}, \tau_{11}$ от x или от z при фиксированной частоте f , рис. 3 г;
- сохранять результаты расчетов и графики параметрических зависимостей в растровом, векторном, а также в текстовом и табличном форматах.

В зависимости от выбранного пользователем режима работы программы смещения \mathbf{u} и напряжения $\boldsymbol{\tau}$ вычисляются либо с помощью численного интегрирования представления (7), либо в виде суммы N_r первых членов ряда (9) для вещественных волновых чисел бегущих волн (асимптотика в дальней от источника зоне).

2.2. Экспериментальная верификация программного комплекса

Для верификации разрабатываемого программного комплекса проводилось сопоставление численных результатов как с результатами независимых расчетов, например, с полученными с помощью конечно-элементных пакетов, так и с экспериментальными данными. На рис. 4, в качестве примера, показано сопоставление расчетных и измеренных дисперсионных характеристик фундаментальных и высших нормальных мод, возбуждаемых в свободном упругом слое пленочным пьезоактивным элементом. Измерения проводились в Институте механики Университета им. Г. Шмидта, Гамбург [8] с помощью системы сканирующей лазерной доплеровской виброметрии Polytec. Схема измерений показана на рис. 4 а.

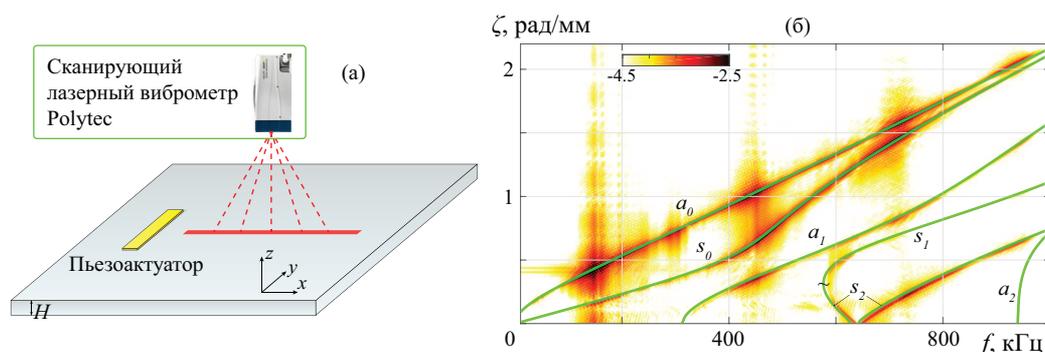


Рис. 4. Пример экспериментальной проверки результатов расчета, полученных с помощью WAVES-L

На рис. 4 б показаны результаты сопоставления для образца из алюминия ($\lambda = 55,5$ ГПа, $\mu = 26,1$ ГПа, $\rho = 2700$ кг/м³, $h = 5$ мм). Дисперсионные кривые (волновые числа ζ_n как функции частоты), полученные с помощью WAVES-L нанесены сплошными линиями, а обработанные экспериментальные результаты – линиями уровня. Последние соответствуют амплитуде функции $\log|H(\zeta, f)|$, являющейся результатом применения двойного преобразования Фурье по временной и пространственной переменным [16] к волновым сигналам, генерируемым прямоугольным пьезоэлементом размера $30 \times 10 \times 1$ мм³, измеренным в наборе точек, показанных на рис. 4 а сплошной линией:

$$H(\zeta, f) = \int_0^\infty \int_0^\infty v(x, t) e^{i(\zeta x + 2\pi f t)} dx dt. \tag{11}$$

Здесь $v(x, t)$ – измеренная лазерным виброметром вертикальная компонента скорости смещений точек поверхности алюминиевой пластины. Локальные максимумы $\log|H(\zeta, f)|$ указывают на положение дисперсионных кривых в плоскости (ζ, f) . Наблюдается хорошее совпадение экспериментальных данных с расчетными кривыми.

Заключение

Программный комплекс WAVES-L обеспечивает удобное управление вычислительным процессом, позволяя получать исчерпывающую количественную информацию об амплитудно-частотных и дисперсионных характеристиках как отдельных бегущих волн, возбуждаемых заданным источником (поверхностной нагрузкой) в однородном изотропном упругом слое, так и суммарного волнового поля. Результаты расчетов могут быть представлены в графическом виде и сохранены в различных форматах.

Частотные зависимости комплексных амплитуд (частотные спектры) сохраняются в формате, позволяющем получать соответствующие нестационарные сигналы с помощью численного преобразования Фурье в частотной области. Процедуры, реализующие вычисление нестационарных колебаний и волн по частотным спектрам уже реализованы в виде модулей на языке Фортран [8] и будут включены в следующую версию комплекса. Кроме того, в последующие версии планируется включить модули, реализующие вычисление символа матрицы Грина $K(\alpha_1, \alpha_2, z)$ для волноводных структур более сложного строения, чем однородный упругий слой. К настоящему

времени разработаны, реализованы в виде программ на Фортране, оттестированы и экспериментально проверены устойчивые вычислительные алгоритмы для многослойных, анизотропных, функционально-градиентных и пористых водонасыщенных упругих волноводов [9–11].

Работа проводилась при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ, государственное задание № 9.1022.2017/4.6, а также РФФИ и Администрации Краснодарского края, проект № 16-41-230769.

Литература

1. Giurgiutiu, V. Structural Health Monitoring with Piezoelectric Wafer Active Sensors / V. Giurgiutiu. – New York: Academic Press, 2014.
2. Lammering, R. Lamb-Wave Based Structural Health Monitoring in Polymer Composites / R. Lammering, U. Gabbert, M. Sinapius, T. Schuster, P. Wierach. – Cham: Springer International Publishing, 2018.
3. Michaels, J.E. Detection, Localization and Characterization of Damage in Plates with an in Situ Array of Spatially Distributed Ultrasonic Sensors / J.E. Michaels // Smart Materials and Structures. – 2008. – V. 17, № 3. – P. 1–15.
4. Перов, Д.В. Локализация отражателей в пластинах при ультразвуковом контроле волнами Лэмба / Д.В. Перов, А.Б. Ринкевич // Дефектоскопия. – 2017. – Т. 4. – С. 27–41.
5. Ворович, И.И. Динамические смешанные задачи теории упругости для неклассических областей / И.И. Ворович, В.А. Бабешко. – М.: Наука, 1979.
6. Гринченко, В.Т. Гармонические колебания и волны в упругих телах / В.Т. Гринченко, В.В. Мелешко. – Киев: Наука, 1981.
7. Глушков, Е.В. Возбуждение и распространение упругих волн в многослойных анизотропных композитах / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, А.С. Кривонос // Прикладная математика и механика. – 2010. – Т. 74, № 3. – С. 419–432.
8. Glushkov, E. Lamb Wave Excitation and Propagation in Elastic Plates with Surface Obstacles: Proper Choice of Central Frequencies / E. Glushkov, N. Glushkova, R. Lammering, A. Eremin, M.-N. Neumann // Smart Materials and Structures. – 2011. – V. 20, № 015020. – P. 1–11.
9. Glushkov, E. Forced Wave Propagation and Energy Distribution in Anisotropic Laminate Composites / E. Glushkov, N. Glushkova, A. Eremin // Journal of the Acoustical Society of America. – 2011. – V. 129, № 5. – P. 2923–2934.
10. Глушков, Е.В. Влияние пористости на характеристики волн релеевского типа в многослойном полупространстве / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, С.И. Фоменко // Акустический журнал. – 2011. – Т. 57, № 2. – С. 234–245.
11. Глушков, Е.В. Поверхностные волны в материалах с функционально-градиентными покрытиями / Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, С.И. Фоменко, Ч. Жанг // Акустический журнал. – 2012. – Т. 58, № 3. – С. 370–385.
12. Glushkov, E. Group Velocity of Cylindrical Guided Waves in Anisotropic Laminate Composites / E. Glushkov, N. Glushkova, A. Eremin, R. Lammering // Journal of Acoustical Society of America. – 2014. – V. 135, № 1. – P. 148–154.
13. Свешников, А.Г. Принцип предельного поглощения для волновода / А.Г. Свешников // ДАН СССР. – 1951. – Т. 78, № 3. – С. 255–258.

14. Глушкова, Н.В. Определение и учет сингулярных составляющих в задачах теории упругости: дис. ... докт. физ.-мат. наук / Н.В. Глушкова. – Краснодар, 2000.
15. Chapman, S.J. MATLAB Programming for Engineers / S.J. Chapman. – Toronto: Cengage Learning, 2016.
16. Alleyne, D. A Two-Dimensional Fourier Transform Method for the Measurement of Propagating Multimode Signals / D. Alleyne // Journal of the Acoustical Society of America. – 1991. – V. 89, № 3. – P. 1159–1168.

Евгений Викторович Глушков, доктор физико-математических наук, профессор, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), evg@math.kubsu.ru.

Наталья Вилениновна Глушкова, доктор физико-математических наук, профессор, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), nvg@math.kubsu.ru.

Сергей Иванович Фоменко, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), sfom@yandex.ru.

Артем Александрович Еремин, кандидат физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), eremin_a_87@mail.ru.

Александр Александрович Евдокимов, аспирант, инженер, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), evdokimovmail27@gmail.ru.

Олег Игоревич Новиков, аспирант, инженер, Институт математики, механики и информатики, Кубанский государственный университет (г. Краснодар, Российская Федерация), n0v0leg@yandex.ru.

Поступила в редакцию 13 апреля 2018 г.

MSC 74J05

DOI: 10.14529/mmp190109

SOFTWARE PACKAGE WAVES-L FOR SIMULATION AND VISUALIZATION OF WAVE PROCESSES IN AN ELASTIC LAYER

E. V. Glushkov¹, N. V. Glushkova¹, S. I. Fomenko¹, A. A. Eremin¹, A. A. Evdokimov¹, O. I. Novikov¹

¹Institute for Mathematics, Mechanics and Informatics, Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation

E-mails: evg@math.kubsu.ru, nvg@math.kubsu.ru, sfom@yandex.ru, eremin_a_87@mail.ru, evdokimovmail27@gmail.ru, n0v0leg@yandex.ru

The software package WAVES-L is intended for fast and interactive simulation of wavefields generated by a prescribed surface load in an elastic layer with three possible types of boundary conditions at the waveguide's bottom surface is considered. The algorithms

realized in the programme are based on the explicit integral representations of the source-induced wavefields and corresponding asymptotic expansions for the guided waves propagating from the source to infinity. In the nearfield, including the points beneath the loading area, the amplitude-frequency characteristics of the total wavefield are computed using the numerical integration of improper contour integrals. The calculation of dispersion curves characteristics and eigenforms of guided waves is realized as well. WAVES-L is supplied with a user-friendly interface, which supports convenient change of the input parameters and provides demonstrative visualization of wavefield dependencies on frequency and spatial variables. The software package has a potential application in ultrasonic non-destructive testing and structural health monitoring of thin-walled engineering constructions. It can also be used in education, within the framework of laboratory classes in the corresponding specialization. The article presents examples of screenshots and graphs of experimental validation of the calculated results.

Keywords: elastic layer; normal modes; integral and asymptotic representation of wavefields; graphical user interface.

References

1. Giurgiutiu V. *Structural Health Monitoring with Piezoelectric Wafer Active Sensors*. N.Y., Academic Press, 2014.
2. Lammering R., Gabbert U., Sinapius M., Schuster T., Wierach P. *Lamb-Wave Based Structural Health Monitoring in Polymer Composites*. Cham, Springer, 2018. DOI: 10.1007/978-3-319-49715-0
3. Michaelism J.E. Detection, Localization and Characterization of Damage in Plates with an in Situ Array of Spatially Distributed Ultrasonic Sensors. *Smart Materials and Structures*, 2008, vol. 17, pp. 1–15.
4. Perov D.V., Rinkevich A.B. Localization of Reflectors in Plates by Ultrasonic Testing with Lamb Waves. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2017, vol. 53, no. 4, pp. 265–278. DOI: 10.1134/S1061830917040064
5. Vorovich I.I., Babeshko V.A. *Dinamicheskie smeshannye zadachi teorii uprugosti dlya neklassicheskikh oblastej* [Dynamical Mixed Problems of Elasticity for Nonclassical Domains]. Moscow, Nauka, 1979. (in Russian)
6. Grinchenko V.T., Meleshko V.V. *Garmonicheskie kolebaniya i volny v uprugikh telakh* [Harmonic Oscillations and Waves in Elastic Solids]. Kiev, Nauka, 1981. (in Russian)
7. Glushkov Ye.V., Glushkova N.V., Krivonos A.S. The Excitation and Propagation of Elastic Waves in Multilayered Anisotropic Composites. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2010, vol. 74, pp. 297–305. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2010.07.005
8. Glushkov E., Glushkova N., Lammering R., Eremin A., Neumann M.-N. Lamb Wave Excitation and Propagation in Elastic Plates with Surface Obstacles: Proper Choice of Central Frequencies. *Smart Materials and Structures*, 2011, vol. 20, no. 015020, pp. 1–11. DOI: 10.1088/0964-1726/20/1/015020
9. Glushkov E., Glushkova N., Eremin A. Forced Wave Propagation and Energy Distribution in Anisotropic Laminate Composites. *Journal of the Acoustical Society of America*, 2011, vol. 129, no. 5, pp. 2923–2934. DOI: 10.1121/1.3559699
10. Glushkov E.V., Glushkova N.V., Fomenko S.I. Influence of Porosity on Characteristics of Rayleigh Type Waves in Multilayered Half-Space. *Acoustical Physics*, 2011, vol. 57, no. 2, pp. 230–240. DOI: 10.1134/S1063771011020059
11. Glushkov E.V., Glushkova N.V., Fomenko S.I., Zhang C. Surface Waves in Materials with Functionally Gradient Coatings. *Acoustical Physics*, 2012, vol. 58, no. 3, pp. 339–353. DOI: 10.1134/S1063771012010095

12. Glushkov E., Glushkova N., Eremin A., Lammering R. Group Velocity of Cylindrical Guided Waves in Anisotropic Laminate Composites. *Journal of Acoustical Society of America*, 2014, vol. 135, no. 1, pp. 148–154. DOI: 10.1121/1.4829534
13. Svешникoв A.G. Princip predel'nogo pogloshcheniya dlya volnovoda [Principle of Limit Absorption for Waveguides]. DAN SSSR [Reports of the USSR Academy of Science], 1951, vol. 78, no 3. (in Russian)
14. Glushkova N.V. *Determination and Accounting for Singular Terms in Problems of the Theory of Elasticity*: D.Sc. Thesis. Krasnodar, 2010. (in Russian)
15. Chapman, S.J. *MATLAB Programming for Engineers*. Toronto, Cengage Learning, 2016.
16. Alleyne D. A Two-Dimensional Fourier Transform Method for the Measurement of Propagating Multimode Signals. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1991, vol. 89, no. 3, pp. 1159–1168. DOI: 10.1121/1.400530

Received April 13, 2018