

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНУТРИКАМЕРНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ. ЧАСТЬ 2

А.М. Липанов<sup>1</sup>, А.А. Шумихин<sup>2</sup>, М.Р. Королева<sup>2</sup>, А.И. Карпов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва, Российская Федерация

<sup>2</sup>Институт механики УдмФИЦ УрО РАН, г. Ижевск, Российская Федерация

Течение потока газа в твердотопливном ракетном двигателе определяется особенностями физико-химических процессов, протекающих в камере сгорания, и процесса истечения газа из сопла. В работе предложена методика моделирования внутренних нестационарных турбулентных течений в ракетном двигателе с зарядом твердого топлива телескопического типа. Алгоритм разработан на основе системы уравнений сохранения гидромеханических параметров, описывающих поток сжимаемого вязкого газа. Система уравнений была записана с использованием цилиндрической системы координат. Представленная численная методика относится к классу алгоритмов, использующих подход Годунова. Основой разработанного алгоритма является схема расщепления векторов потоков, модифицированная для вязких течений. Предложенный алгоритм позволяет производить сквозной расчет течения продуктов сгорания твердого топлива по всему тракту ракетного двигателя. Результаты, полученные в ходе численного моделирования потока в ракетном двигателе, позволяют сделать анализ зависимости температуры газа на стенке двигателя от скорости горения низкотемпературной внешней пашки телескопического заряда.

*Ключевые слова:* внутрикамерные процессы; турбулентность; нестационарное течение; вычислительная гидрогазодинамика.

### Введение

Современные твердотопливные ракетные двигатели (РДТТ) – это сложные объекты машиностроения. Этот аспект представляется важным и при проектировании двигателей, и при их отработке, и при их исследовании с использованием математических моделей. Ракетные двигатели, работающие на твердом топливе, характеризуются сложными физико-химическими и газодинамическими процессами, протекающими по всему тракту РДТТ [1–3]. Внутрикамерные процессы в двигателе определяются особенностями движения газа в камере сгорания и при истечении газа из сопла. От точности методов, используемых для моделирования течения продуктов сгорания, в значительной степени зависит полнота изучения газодинамических процессов, протекающих в двигателе, и как следствие, энергомассовое совершенство и надежность проектируемых ракетных двигателей. Таким образом, для исследования течения продуктов сгорания в РДТТ важное значение имеет численное моделирование потоков вязкого сжимаемого газа. Предложенный алгоритм численного моделирования разработан на основе системы уравнений сохранения гидромеханических параметров потока газа. Система уравнений была записана с использованием цилиндрической системы координат [2, 4–10]. Основой разработанной программы является схема Стегера – Уорминга. Алгоритм позволяет производить сквозной расчет течения продуктов сгорания твердого топлива по всему тракту ракетного двигателя. Конструкция заряда должна обеспечить максимальную защиту корпуса двигателя от воздействия продуктов сгорания топлива. Одним из решений, позволяющим защитить корпус от высокой температуры продуктов сгорания, является использование низкотемпературной газовой завесы. Для этого в зарядах телескопического типа внешнюю пашку изготавливают из низкотемпературного топлива. В работе приведены результаты исследований двигателя, использующего заряд данного типа.

## 1. Постановка задачи

Алгоритм моделирования разработан с использованием системы уравнений сохранения гидромеханических параметров потока вязкого сжимаемого газа в цилиндрических координатах, имеющей следующий вид [2, 4–8]:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + F_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial x} r L_x + \frac{\partial}{\partial r} r L_r + \frac{\partial}{\partial \theta} L_\theta \right) + L_{\theta\theta}, \quad (1)$$

где  $t$  – время;  $Q$  – вектор переменных;  $F_x, F_r, F_\theta, F_{\theta\theta}$  – векторы конвективных потоков;  $L_x, L_r, L_\theta, L_{\theta\theta}$  – векторы вязких напряжений;  $x, r, \theta$  – продольная, радиальная и угловая координаты. Векторы переменных и конвективных потоков описаны в работах [4, 5, 7]. Векторы вязких напряжений описаны в работах [6–8, 10].

В формулах, описывающих компоненты векторов вязких напряжений, использовался коэффициент эффективной вязкости  $\mu_{eff}$ , который вычисляется как сумма коэффициента молекулярной вязкости  $\mu$  и коэффициента турбулентной подсеточной вязкости  $\mu_{sgs}$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_{sgs}. \quad (2)$$

Подсеточная вихревая вязкость  $\mu_{sgs}$ , с использованием модели Смагоринского, обобщенной для сжимаемых течений [11, 12], определялась как функция тензора скоростей деформаций и размера фильтра

$$\mu_{sgs} = \rho (C_S \Delta)^2 |S|, \quad (3)$$

где  $|S| = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ ,  $S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$  – тензор скоростей деформаций,  $u$  – компоненты вектора скорости,  $\rho$  – плотность,  $C_S$  – параметр Смагоринского,  $\Delta$  – ширина фильтра. Ширина фильтра рассчитывается по формуле  $\Delta = (\Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3)^{1/3} = V^{1/3}$ , где  $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$  – размеры ячеек сетки по соответствующим осям.

Из (3) видно, что величина подсеточной вязкости  $\mu_{sgs}$  зависит от квадрата ширины фильтра (размеров расчетной ячейки). Таким образом, при уменьшении размеров ячейки вклад  $\mu_{sgs}$  в суммарную вязкость  $\mu_{eff}$  также будет квадратично уменьшаться, т. е. при стремлении  $\Delta \rightarrow 0$  метод крупных вихрей переходит в прямое численное моделирование.

## 2. Вычислительный алгоритм

Для выполнения численных исследований предложен вычислительный алгоритм 2-го порядка точности по пространству. Методика разработана на базе схемы Стегера – Уорминга (метода расщепления векторов потоков), модифицированной для вязких течений. Основной идеей данной схемы является расщепление вектора конвективных потоков, в частности компоненты  $F_x$ , на две части

$$F_x = F_x^+ + F_x^-, \quad (4)$$

где вектор  $F_x^+$  связан с вектором, который формируется из положительных собственных чисел матрицы Якоби  $\lambda_x^+$ , и соответственно вектор  $F_x^-$  связан с вектором, компоненты которого формируются из отрицательных собственных чисел  $\lambda_x^-$ . Схема Стегера – Уорминга описана в работах [13, 14], а также была использована в исследовании [5].

Система основных уравнений (1) по пространству дискретизировалась с использованием метода конечных объемов. В интегральной форме система уравнений записывается так:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} Q dV + \int_{V_i} \left( \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + F_{\theta\theta} \right) dV = \\ = \int_{V_i} \left( \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial x} r L_x + \frac{\partial}{\partial r} r L_r + \frac{\partial}{\partial \theta} L_\theta \right) + L_{\theta\theta} \right) dV, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $V_i$  – объем  $i$ -го конечного объема. С использованием теоремы Остроградского – Гаусса система (5) преобразуется к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i} Q dV + \oint_{S_i} \left( F_x n_x + F_r n_r + \frac{1}{r} F_\theta n_\theta \right) dS + \int_{V_i} F_{\theta\theta} dV = \\ = \frac{1}{r_i} \oint_{S_i} (r L_x n_x + r L_r n_r + L_\theta n_\theta) dS + \int_{V_i} L_{\theta\theta} dV, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $n_x, n_r, n_\theta$  – компоненты единичной внешней нормали  $n$  к поверхности  $i$ -го конечного объема  $S_i$ ,  $r_i$  – координата центра масс  $i$ -го конечного объема. Для течений с угловой скоростью  $w = 0$  (осесимметричное течение) выражение (6) приводится к виду

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{S_i} Q dS + \oint_{C_i} (F_x n_x + F_r n_r) dC + \int_{S_i} F_{\theta\theta} dS = \frac{1}{r_i} \oint_{C_i} (r L_x n_x + r L_r n_r) dC + \int_{S_i} L_{\theta\theta} dS, \quad (7)$$

где  $S_i$  – площадь  $i$ -го конечного объема,  $C_i$  – контур  $i$ -го конечного объема. В дискретном виде уравнение (7) можно записать

$$\begin{aligned} \frac{\Delta Q_i}{\Delta t} S_i + \sum_{m \in E_i} (F_{x,im} n_{x,im} + F_{r,im} n_{r,im}) \Delta C_{im} + F_{\theta\theta,i} S_i = \\ = \frac{1}{r_i} \sum_{m \in E_i} (r_{im} L_{x,im} n_{x,im} + r_{im} L_{r,im} n_{r,im}) \Delta C_{im} + L_{\theta\theta,i} S_i, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $m$  – номер соседнего элемента,  $E_i = \{j, k, l\}$  – множество соседних элементов  $i$ -го элемента,  $n_{x,im}, n_{r,im}$  – составляющие внешней нормали к  $im$ -й стороне  $i$ -го элемента,  $\Delta C_{im}, r_{im}$  – длина и координата центра  $im$ -й стороны  $i$ -го элемента,  $F_{\theta\theta,i}, L_{\theta\theta,i}$  – значения компонент в центре  $i$ -го элемента. Элементы показаны на рис. 1.

Тогда приращение вектора переменных  $\Delta Q_i$  на текущей итерации по времени можно определить

$$\begin{aligned} \Delta Q_i = -\Delta t \left( \frac{1}{S_i} \sum_{m \in E_i} (F_{x,im} n_{x,im} + F_{r,im} n_{r,im}) \Delta C_{im} + F_{\theta\theta,i} - \right. \\ \left. - \frac{1}{r_i S_i} \sum_{m \in E_i} (r_{im} L_{x,im} n_{x,im} + r_{im} L_{r,im} n_{r,im}) \Delta C_{im} - L_{\theta\theta,i} \right). \end{aligned} \quad (9)$$

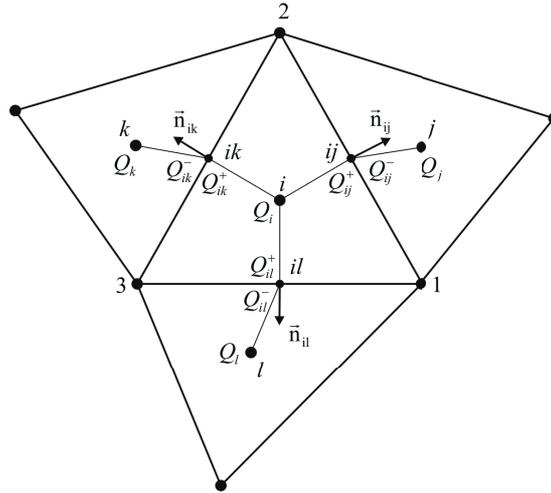


Рис. 1. Параметры потока газа  $Q_{ij}^+$ ,  $Q_{ij}^-$ ,  $Q_{ik}^+$ ,  $Q_{ik}^-$ ,  $Q_{il}^+$ ,  $Q_{il}^-$  в центрах граней  $i$ -го конечного объема

Конвективные потоки на гранях объемов рассчитывались с применением алгоритма 2-го порядка точности. Для определения векторов параметров на грани  $ij$ , определялись параметры газа в центре грани. Значения  $\rho_{ij}^+$  и  $\rho_{ij}^-$  вычислялись следующим образом:

$$\begin{aligned} \rho_{ij}^+ &= \rho_i + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_i \cdot \Delta x_{ij}^+ + \left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)_i \cdot \Delta r_{ij}^+, & \Delta x_{ij}^+ &= x_{ij} - x_i, & \Delta r_{ij}^+ &= r_{ij} - r_i, \\ \rho_{ij}^- &= \rho_j + \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right)_j \cdot \Delta x_{ij}^- + \left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)_j \cdot \Delta r_{ij}^-, & \Delta x_{ij}^- &= x_{ij} - x_j, & \Delta r_{ij}^- &= r_{ij} - r_j, \end{aligned}$$

где  $x_i$ ,  $r_i$  – координаты центра масс  $i$ -го конечного объема;  $x_j$ ,  $r_j$  – координаты центра масс  $j$ -го конечного объема;  $x_{ij}$ ,  $r_{ij}$  – координаты центра грани  $ij$ . Остальные параметры газа в центре грани рассчитывались таким же образом. Для определения параметров газа в центрах граней  $ik$  и  $il$  конечного объема производились аналогичные вычисления. Далее, учитывая (4), вычислялись собственные числа и потоки на  $im$ -й стороне  $i$ -го элемента в (9)

$$F_{x,im} = F_{x,im}^+(Q_{im}^+, \lambda_{x,im}^+(Q_{im}^+)) + F_{x,im}^-(Q_{im}^-, \lambda_{x,im}^-(Q_{im}^-)), \quad (10)$$

$$\lambda_{x,im}^+(Q_{im}^+) = \frac{\lambda_{x,im}(Q_{im}^+) + |\lambda_{x,im}(Q_{im}^+)|}{2}, \quad \lambda_{x,im}^-(Q_{im}^-) = \frac{\lambda_{x,im}(Q_{im}^-) - |\lambda_{x,im}(Q_{im}^-)|}{2}. \quad (11)$$

Значения потоков  $F_x$  вычислялись с использованием выражений (10), (11) для всех граней контрольных объемов расчетной области. Вычисление значений потоков вектора  $F_r$  производились аналогичным образом. Расчет значения вектора  $F_{\theta\theta}$  производился с использованием значений вектора параметров в центрах масс контрольных объемов. Для определения вязких потоков в уравнении (9) рассчитывались компоненты тензора вязких напряжений [2, 6–9]. В частности, компонента  $\tau_{xx,im}$  на  $im$ -й стороне  $i$ -го элемента определялась с использованием выражений

$$\tau_{xx,im} = 2\mu_{eff} \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{im} - \frac{2}{3}\mu_{eff} (\text{div}\Omega)_{im}, \quad (12)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{im} = \frac{1}{2} \left( \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_m \right), \quad (13)$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{1}{S_i} \sum_{m \in E_i} u_{x,im} n_{x,im} \Delta C_{im}, \quad (14)$$

$$u_{x,im} = \frac{1}{2} (u_{x,i} + u_{x,m}), \quad (15)$$

где  $u_{x,im}$  – компонента скорости на  $im$ -й стороне  $i$ -го элемента,  $u_{x,i}$  – компонента скорости в центре  $i$ -го элемента,  $u_{x,m}$  – компонента скорости в центре  $m$ -го соседнего элемента. Остальные компоненты тензора напряжений вычислялись аналогично. Компонента  $\tau_{\theta\theta,i}$  в центре  $i$ -го элемента рассчитывалась так:

$$\tau_{\theta\theta,i} = 2\mu_{eff} \frac{v_i}{r_i} - \frac{2}{3}\mu_{eff} (div\Omega)_i, \quad (16)$$

где  $\Omega = (u; v; w)$  – вектор скорости.

Для дискретизации системы уравнений сохранения гидромеханических параметров потока газа (1) по времени использовалась явная схема 1-го порядка точности (схема Эйлера, одношаговая явная двухслойная схема). На текущем временном слое конвективные и вязкие потоки  $F_x^n, F_r^n, F_\theta^n, F_{\theta\theta}^n$  и  $L_x^n, L_r^n, L_\theta^n, L_{\theta\theta}^n$  вычислялись с использованием значений вектора переменных также на текущем временном слое  $Q^n$ . Далее на текущей итерации по времени рассчитывалось приращение вектора переменных  $\Delta Q^n$ . В итоге определялись элементы вектора переменных  $Q^{n+1}$  и вычислялись все параметры газа на  $n + 1$  временном слое.

$$Q^{n+1} = Q^n + \Delta Q^n. \quad (17)$$

При программировании применялась методика, описанная в работе [15]. Программа, разработанная с использованием данной методики, позволяет проводить параллельные вычисления на компьютерах, имеющих многоядерный центральный процессор.

### 3. Результаты расчетов

Расчеты проводились для двухрежимного модельного РДТТ. Схема двигателя показана на рис. 2. Исследуемый двигатель имеет составной заряд твердого топлива. Первая часть является зарядом торцевого горения (обеспечивает первый режим работы двигателя), вторая – зарядом телескопического типа (обеспечивает второй режим работы двигателя). Моделирование течения продуктов сгорания производилось для второго режима работы двигателя, т. е. моделировалось течение при горении телескопической части заряда, когда пашка торцевого горения уже выгорела. Торцевая поверхность пашек телескопического заряда была забронирована. Расчетная область показана на рис. 3.

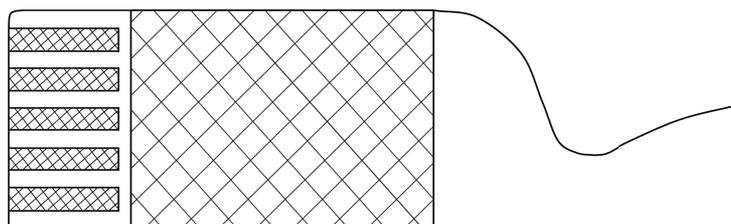


Рис. 2. Схема твердотопливного двигателя

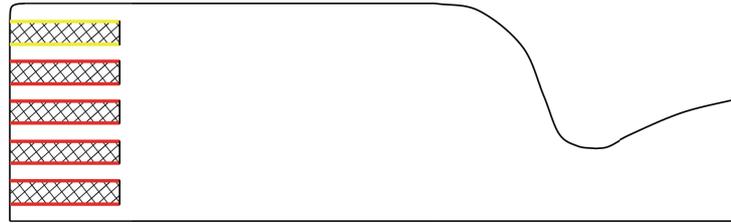
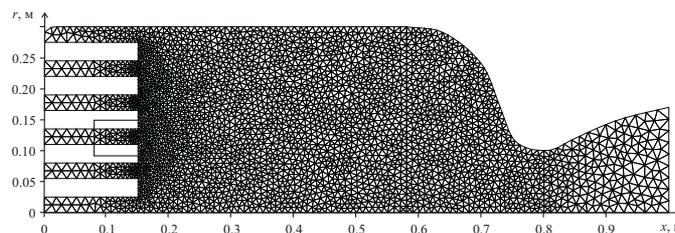


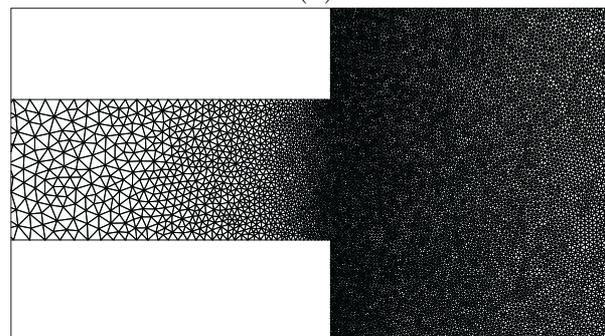
Рис. 3. Схема расчетной области

В расчетах шаг по времени принимался  $\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-8}$  с. Скорость горения твердого топлива вычислялась по формуле  $\omega = \omega_0 (p/10^5)^\vartheta$ , где  $\omega_0$  – скорость горения при атмосферном давлении,  $\vartheta$  – константа. Начальные условия в камере двигателя для температуры газа и давления задавалась соответственно  $T_0 = 2000$  К и  $p_0 = 10^6$  Па. Площадь поверхности горения заряда и его геометрия в ходе расчетов не менялись. Расчеты проводились при трех значениях скорости горения низкотемпературной верхней топливной пашки  $\omega_0 = 0,002; 0,005; 0,008$  м/с. Для остальных пашек скорость горения во всех расчетах составляла  $\omega_0 = 0,005$  м/с. Константа в законе горения принималась  $\vartheta = 0,6$ . Температура продуктов сгорания низкотемпературной верхней пашки составляла  $T_{c2} = 2000$  К, остальных пашек  $T_c = 3300$  К. Удельная газовая постоянная составляла  $R = 275$  Дж/(кг·К), показатель адиабаты  $\gamma = 1,18$ , параметр Смагоринского  $C_S = 0,3$ . Также полагалось, что угловая скорость была равной  $\omega = 0$  м/с во всех ячейках расчетной сетки.

Длина двигателя составляла 1,0 м. Радиус двигателя был равен 0,3 м. Радиус критического сечения сопла задавался 0,1 м. На входной границе расчетной области (поверхность горения пашек, с которой происходит вдув продуктов сгорания твердого топлива) начальных возмущений параметров течения не вводилось. Расчеты проводились на неструктурированной расчетной сетке (рис. 4), построенной из треугольных элементов. Расчет производился на сетках с различным количеством элементов.



(а)

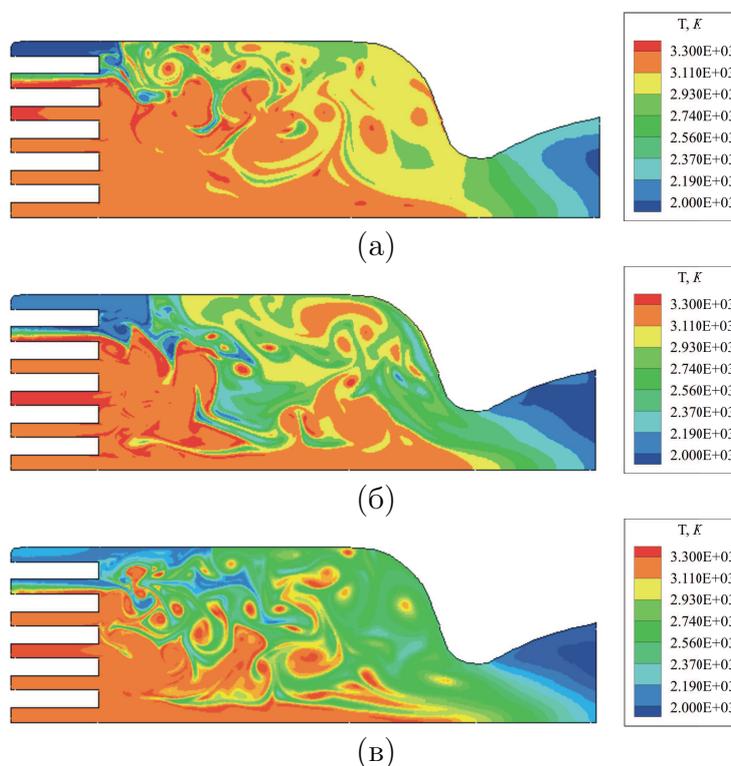


(б)

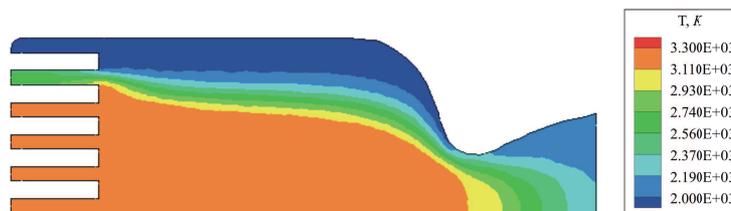
Рис. 4. Расчетная сетка: (а) – вариант 6400 ячеек; (б) – вариант 267700 ячеек (фрагмент)

На рис. 4(а) показан грубый вариант сетки (6400 элементов), на рис. 4(б) показан фрагмент самой мелкой сетки (262700 элементов). Адаптации сетки к течению газа в процессе расчетов не производилось. Для создания расчетной сетки использовался бесплатный сеточный генератор GMesh (ver. 4.4.1), с открытым исходным кодом (<http://geuz.org/gmsh/>), имеющий GNU GPL лицензию (свободную copyleft лицензию для программного обеспечения).

На рис. 5 приведены распределения температуры для 3х скоростей горения низкотемпературной шашки  $\omega_0 = 0,002; 0,005; 0,008$  м/с (сетка 262700 ячеек). На рис. 6 приведено распределение температуры для  $\omega_0 = 0,005$  м/с (сетка 6400 ячеек).

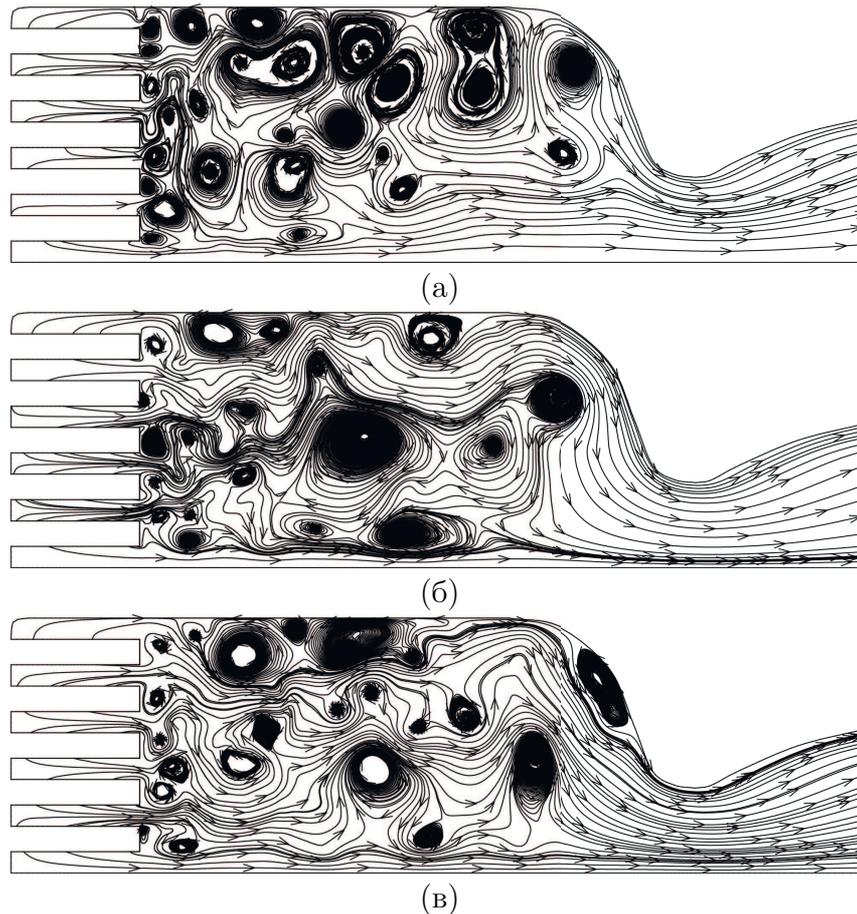


**Рис. 5.** Распределение температуры при различных скоростях горения низкотемпературной шашки ( $t = 0,5$  с, сетка 262700 ячеек): (а)  $\omega_0 = 0,002$  м/с; (б)  $\omega_0 = 0,005$  м/с; (в)  $\omega_0 = 0,008$  м/с



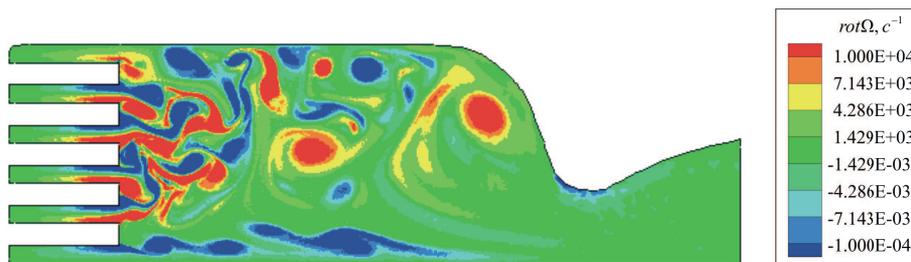
**Рис. 6.** Распределение температуры при скорости горения низкотемпературной шашки  $\omega_0 = 0,005$  м/с ( $t = 0,5$  с, сетка 6400 ячеек)

Далее приводятся результаты расчетов при скорости горения низкотемпературной шашки  $\omega_0 = 0,005$  м/с (сетка 262700 ячеек). Линии тока течения газа для 3х моментов времени приведены на рис. 7.

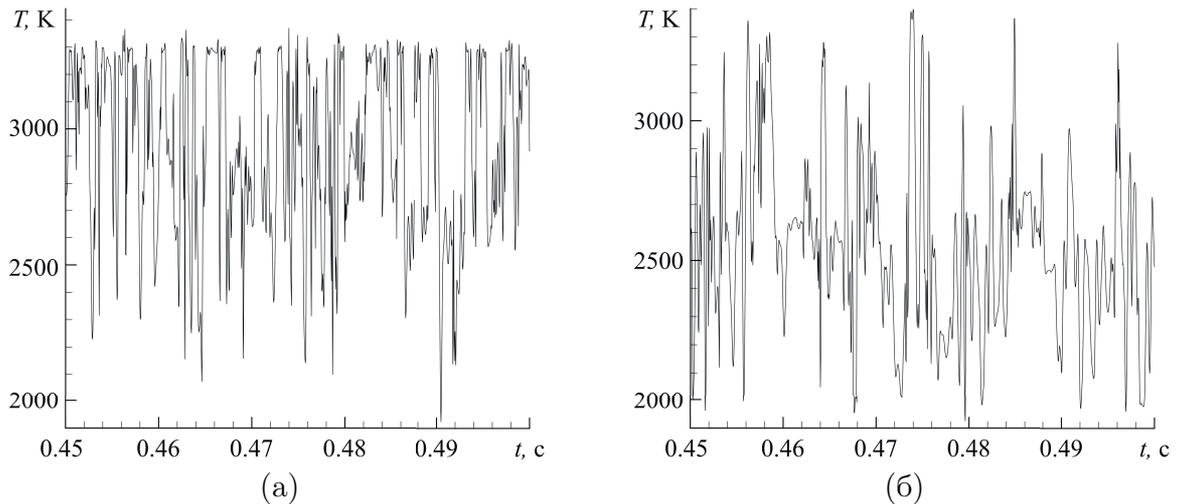


**Рис. 7.** Линии тока течения газа для 3х моментов времени (сетка 262700 ячеек): (а)  $t = 0,4$  с; (б)  $t = 0,45$  с; (в)  $t = 0,5$  с

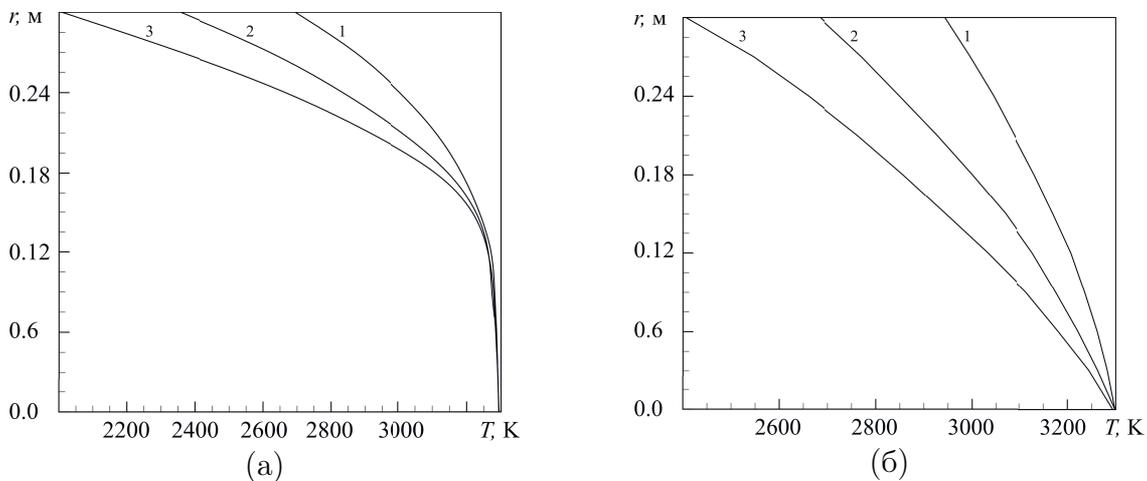
На рис. 8 приведено распределение завихренности вектора скорости. На рис. 9 приведены графики изменения температуры по времени в двух точках камеры сгорания двигателя. На рис. 10 приведена осредненная по времени температура потока в 2х сечениях при 3х скоростях горения низкотемпературной шашки. Сравнивая рис. 5 и рис. 6, можно отметить, что в случае проведения расчетов на грубой сетке (6400 ячеек) распределение температуры газа в потоке носит «слоистый» характер. В отличие от этого, при расчетах на мелкой сетке (262700 ячеек) в течении появляются вихревые структуры, приводящие к интенсивному перемешиванию потоков газа, имеющих различную температуру.



**Рис. 8.** Распределение завихренности вектора скорости  $rot\Omega$  ( $t = 0,5$  с, сетка 262700 ячеек)



**Рис. 9.** Изменение температуры по времени в 2х точках (при  $x = 0,4$  м, сетка 262700 ячеек): (а)  $r = 0,15$  м; (б)  $r = 0,27$  м



**Рис. 10.** Осредненная по времени температура при 3х скоростях горения низкотемпературной шашки ( $1 - \omega_0 = 0,002$  м/с;  $2 - \omega_0 = 0,005$  м/с;  $3 - \omega_0 = 0,008$  м/с) в двух сечениях: (а)  $x = 0,2$  м; (б)  $x = 0,4$  м

## Заключение

В работе предложен вычислительный алгоритм для проведения численных исследований внутренних нестационарных турбулентных течений сжимаемого вязкого газа. С использованием данного алгоритма разработана программа и проведены тестовые расчеты. Моделирование течения в двигателе позволяет определить величину температуры газа у стенки двигателя в зависимости от скорости горения низкотемпературной шашки заряда. Из полученных результатов видно, что хотя горячий газ из ядра течения увеличивает температуру газа около поверхности корпуса двигателя за счет вихревого перемешивания, уменьшить температуру газа на поверхности корпуса в значительной степени можно, увеличивая скорость горения низкотемпературной шашки.

## Литература

1. Соломонов, Ю.С. Твердотопливные регулируемые двигательные установки / Ю.С. Соломонов, А.М. Липанов, А.В. Алиев, А.А. Дорофеев, В.И. Черепов. – М.: Машиностроение, 2011.
2. Липанов, А.М. Численный метод расчета турбулентных течений и теплообмена в двигателях летательных аппаратов / А.М. Липанов, Ю.Ф. Кисаров, И.Г. Ключников // Известия вузов. Авиационная техника. – 1988. – № 1. – С. 49–53.
3. Алиев, А.В. Внутренняя баллистика ракетных двигателей на твердом топливе / А.В. Алиев, Г.Н. Амарантов. – М.: Машиностроение, 2007.
4. Годунов, С.К. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов, А.В. Забродин, М.Я. Иванов, А.Н. Крайко, Г.П. Прокопов. – М.: Наука, 1976.
5. Липанов, А.М. Численное моделирование внутрикамерных нестационарных турбулентных течений. Ч. 1 / А.М. Липанов, С.Ю. Дадикина, А.А. Шумихин, М.Р. Королева, А.И. Карпов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2019. – Т. 12, № 1. – С. 32–43.
6. Тадмор, Э. Теоретические основы переработки полимеров / Э. Тадмор, К. Гогос. – М.: Химия, 1984.
7. Липанов, А.М. Теоретическая гидромеханика ньютоновских сред / А.М. Липанов. – М.: Наука, 2011.
8. Коммисаров, Ю.А. Процессы и аппараты химической технологии. Ч. 1 / Ю.А. Коммисаров, Л.С. Гордеев, Д.П. Вент. – М.: Изд-во Юрайт, 2018.
9. Лыков, А.В. Тепломассообмен / А.В. Лыков. – М.: Энергия, 1971.
10. Шумихин, А.А. Численное моделирование течения вязкого сжимаемого газа в ракетных двигателях на твердом топливе с центральным телом / А.А. Шумихин, С.Ю. Дадикина // Химическая физика и мезоскопия. – 2020. – Т. 22, № 2. – С. 184–196.
11. Pino, M.M. Subgrid-Scale Models for Compressible Large-Eddy Simulations / M.M. Pino, U. Piomelli, G.V. Candler // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. – 2000. – V. 13, № 5. – P. 361–376.
12. Волков, К.Н. Моделирование крупных вихрей полностью развитого турбулентного течения в канале и сравнение моделей подсеточной вихревой вязкости / К.Н. Волков // Прикладная механика и техническая физика. – 2006. – Т. 47, № 3. – С. 31–42.
13. Steger, J.L. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite Difference Methods / J.L. Steger, R.F. Warming // Journal of Computational Physics. – 1981. – V. 40, № 2. – P. 263–293.
14. Anderson, W.K. A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations / W.K. Anderson, J.L. Thomas, B. Van Leer // AIAA Journal. – 1986. – V. 24, № 9. – P. 1453–1460.
15. Шумихин, А.А. Моделирование турбулентных течений вязкого сжимаемого газа с использованием параллельных вычислений / А.А. Шумихин // Химическая физика и мезоскопия. – 2021. – Т. 23, № 3. – С. 292–302.

Алексей Матвеевич Липанов, академик РАН, главный научный сотрудник, Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (г. Москва, Российская Федерация), [aml35@yandex.ru](mailto:aml35@yandex.ru).

Андрей Александрович Шумихин, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, Институт механики УдмФИЦ УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), [shumihin@udman.ru](mailto:shumihin@udman.ru).

Мария Равилевна Королева, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, Институт механики УдмФИЦ УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), [koroleva-ipm@yandex.ru](mailto:koroleva-ipm@yandex.ru).

Александр Иванович Карпов, доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник, Институт механики УдмФИЦ УрО РАН (г. Ижевск, Российская Федерация), karpov@udman.ru.

Поступила в редакцию 25 апреля 2022 г.

MSC 76F65, 65N08

DOI: 10.14529/mmp230103

## NUMERICAL SIMULATION INTRA-CHAMBER OF UNSTEADY TURBULENT FLOWS STIMULATE. PART 2

*A.M. Lipanov<sup>1</sup>, A.A. Shumikhin<sup>2</sup>, M.R. Koroleva<sup>2</sup>, A.I. Karpov<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Keldysh Institute of Applied Mathematics, Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Institute of Mechanics, Udmurt Federal Research Center, Ural Branch, Russian Academy of Science, Izhevsk, Russian Federation

E-mail: aml35@yandex.ru, shumihin@udman.ru, koroleva-ipm@yandex.ru, karpov@udman.ru

The flow of gas in a solid-fuel rocket engine is determined by the peculiarities of the physico-chemical processes occurring in the combustion chamber and the process of gas outflow from the nozzle. The paper proposes a method for modeling internal unsteady turbulent flows in a rocket engine with a solid fuel charge of a telescopic type. A system of defining equations written in a cylindrical coordinate system describing the flow of a compressible viscous gas is given. A computational algorithm is proposed that belongs to the class of methods using the Godunov approach, developed on the basis of a modified flow vector splitting scheme. The obtained results of a numerical study of the flow in a model rocket engine show the dependence of the gas temperature on the engine wall on the combustion rate of a low-temperature external charge of a telescopic charge.

*Keywords: intra-chamber processes; turbulence; unsteady flow; computational fluid dynamics.*

## References

1. Solomonov Yu.S., Lipanov A.M., Aliyev A.V., Dorofeev A.A., Cherepanov V.I. *Tverdoplivnyye reguliruemye dvigatelnye ustanovki* [Regulable Solid-Propellant Rocket Engines]. Moscow, Mashinostroenie, 2011. (in Russian)
2. Lipanov A.M., Kisarov Yu.F., Klyuchnikov I.G. [Numerical Method for Calculating Turbulent Flows and Heat Transfer in Aircraft Engines]. *Izvestiya vuzov. Aviacionnaya tekhnika*, 1988, no. 1, pp. 49–53. (in Russian)
3. Aliyev A.V., Amarantov G.N. *Vnutrennyaya ballistika raketnykh dvigateley na tverdom toplive* [Internal Ballistics of Solid Propellant Rocket Engines]. Moscow, Mashinostroenie, 2007. (in Russian)
4. Godunov, S.K., Zabrodin A.V., Ivanov M.Ya., Kraiko A.N., Prokopov G.P. *Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki* [Numerical Solution of Multidimensional Problems of Gas Dynamics], Moscow, Nauka, 1976. (in Russian)
5. Lipanov A.M., Dadikina S.Yu., Shumikhin A.A., Koroleva M.R., Karpov A.I. Numerical Simulation Intra-Chamber of Unsteady Turbulent Flows Stimulate. Part 1. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2019, vol. 12, no. 1, pp. 32–43. (in Russian) DOI: 10.14529/mmp190103
6. Tadmor Z., Gogos C.G. *Principles of Polymer Processing*. New York, John Wiley and Sons, 1979.

7. Lipanov A.M. *Teoreticheskaya gidromekhanika n'yutonovskih sred* [Theoretical Hydromechanics of Newtonian Media]. Moscow, Nauka, 2011. (in Russian)
8. Kommisarov Yu.A., Gordeev L.S., Vent D.P. *Processy i apparaty himicheskoy tekhnologii* [Processes and Apparatuses of Chemical Technology. Part 1]. Moscow, URAIT, 2018. (in Russian)
9. Lykov A.V. *Teplomassoobmen* [Heat and Mass Transfer]. Moscow, Energiya, 1971. (in Russian)
10. Shumikhin A.A., Dadikina S.Yu. Numerical Simulation of a Compressible Viscous Gas Flow in Solid-Fuel Rocket Engine with a Central Body. *Chemical Physics and Mesoscopy*, 2020, vol. 22, no. 2, pp. 184–196. (in Russian) DOI: 10.15350/17270529.2020.2.18
11. Pino M.M., Piomelli U., Candler G.V. Subgrid-Scale Models for Compressible Large-Eddy Simulations. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 2000, vol. 13, no. 5, pp. 361–376.
12. Volkov K.N. [Simulation of Large Eddies of a Fully Developed Turbulent Flow in a Channel and Comparison of Subgrid Eddy Viscosity Models]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2006, vol. 47, no. 3, pp. 31–42. (in Russian)
13. Steger J.L., Warming R.F. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite Difference Methods. *Journal of Computational Physics*, 1981, vol. 40, no. 2, pp. 263–293. DOI: 10.1016/0021-9991(81)90210-2
14. Anderson W.K., Thomas J.L., Van Leer B. A Comparison of Finite Volume Flux Vector Splittings for the Euler Equations. *AIAA Journal*, 1986, vol. 24, no. 9, pp. 1453–1460. DOI: 10.2514/3.9465
15. Shumikhin A.A. Numerical Simulation of a Compressible Viscous Gas Flow Using Parallel Calculations. *Chemical Physics and Mesoscopy*, 2021, vol. 23, no. 3, pp. 292–302. DOI: 10.15350/17270529.2021.3.26

*Received April 25, 2022*