### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ В ПРОТИВОТОЧНЫХ ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТАХ

# B.K. Толсты $x^1$ , K.A. Пшеничны $\breve{u}^1$

<sup>1</sup>Донецкий государственный университет, г. Донецк, Российская Федерация

Обсуждаются проблемы математического и численного моделирования нестационарных процессов тепло- и массопереноса в противоточных теплообменных аппаратах с фазовыми переходами в теплоносителях. Рассматривается одномерная постановка задачи с пространственно-распределёнными параметрами потоков (температура, плотность, скорость, коэффициент теплопередачи). Предложен метод выделения двухфазной зоны парожидкостного состояния и метод расчёта ее параметров. Приводятся примеры численного моделирования для конкретного теплообменного аппарата с теплоносителями в виде воздуха и жидкого кислорода, который в процессе течения закипает. Показано влияние коэффициента теплопередачи на протяженность зоны кипения, что в свою очередь оказывает существенное влияние на процесс теплопереноса и, соответственно, на распределение температур в потоках теплоносителей. В конечном итоге это существенно отражается на работе теплообменного аппарата.

Ключевые слова: математическое моделирование; численное моделирование; фазовый переход, противоточный теплообменный аппарат; коэффициент теплопередачи.

# Введение

В энергетике, металлургии, химической промышленности и других отраслях широко используются теплообменные аппараты, обычно – противоточные. От качества работы таких аппаратов существенно зависит качество работы других объектов потребителей теплоносителей и всей промышленности в целом. Для проектирования или управления существующими теплообменными аппаратами с учётом возможных переходных режимов работы необходимо знание достаточно точных математических моделей нестационарных пространственно-распределенных теплофизических процессов, протекающих в них.

Такие модели описываются системами дифференциальных уравнений в частных производных, как правило, нелинейных. Мы рассматриваем тепловое взаимодействие нестационарных одномерных противоточных течений теплоносителей. Такие течения в промышленных теплообменных аппаратах могут сопровождаться фазовыми переходами в виде закипания какого-либо теплоносителя.

Для моделирования течений с фазовым переходом обычно используют условие Стефана в виде дифференциального уравнения для расчёта скорости движения границы раздела фаз. Если фазовый переход имеет протяжённое двухфазное состояние (например, область пузырькового кипения жидкого теплоносителя), то дифференциальных уравнений Стефана должно быть два: в начале фазового перехода (начало кипения) и в конце (появление полностью газообразного состояния). Основные усилия исследователей таких процессов направлены на получение достоверных условий Стефана с учётом той или иной модели двухфазного, в данном случае кипящего, состояния теплоносителя [1,2].

В нашей задаче имеется два теплоносителя с нестационарными режимами течения и тепловым взаимодействием друг с другом. Нами предлагается новый метод

Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование» (Вестник ЮУрГУ ММП). 2023. Т. 16, № 2. С. 59–67

выделения границ двухфазного парожидкостного состояния изначально жидкого потока одного из теплоносителей. Он основан на контроле температуры и массы жидкой фракции в ячейке теплоносителя с учётом баланса тепловых потоков.

#### 1. Математическая модель

Рассмотрим следующие одномерные, нестационарные течения противоточных теплоносителей в теплообменном аппарате, которые разделены абсолютно теплопроницаемой стенкой. Теплоносители считаем несжимаемыми. Потоки (далее индексы 1 – прямоточная среда, 2 – противоточная) могут находиться в трёх фазовых состояниях: жидкость, газ, парожидкостная смесь. Если пренебречь потерями давления в потоках, то такие течения можно описать следующими уравнениями конвекции тепла, неразрывности при массопереносе и уравнениями состояния для обоих теплоносителей [3–5]:

$$\frac{\partial T_1}{\partial \tau} + v_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} = -\frac{q}{c_{p1}\rho_1}, \qquad \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial x} = 0, \qquad \Phi_1 = 0,$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} - v_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \frac{q}{c_{p2}\rho_2}, \qquad \frac{\partial \rho_2 v_2}{\partial x} = 0, \qquad \Phi_2 = 0.$$
(1)

Здесь  $\tau \in (0,T)$  – время,  $x \in (x_a, x_b)$  – продольная координата потоков, T – температура теплоносителей, v – скорости потоков,  $q = k(T_1 - T_2)dF/dV$  – удельный тепловой поток между теплоносителямии,  $k = \alpha_1 \alpha_2/(\alpha_1 + \alpha_2)$  – коэффициент теплопередачи,  $\alpha_1$  – коэффициент теплоотдачи от прямоточной среды к противоточной среде,  $\alpha_2$  – коэффициент теплоотдачи от противоточной среды к прямоточной, F – площадь теплового взаимодействия потоков, dV = Sdx – объем элементарной ячейки, площадью поперчного сечения потоков S длиной dx,  $c_p$  – удельная теплоемкость потоков при постоянном давлении,  $\rho$  – плотность теплоносителей,  $\Phi$  – функция состояния теплоносителя.

В жидком или газообразном состоянии плотность определяется функцией состояния  $\Phi = \Phi(p, \rho, T)$ , то есть зависит от температуры T, давления p и плотности  $\rho$ . В парожидкостном состоянии (кипение)  $\Phi = \Phi(p, \rho, q)$ , то есть не зависит от температуры, но зависит от удельного теплового потока q, расходуемого на совершение фазового перехода жидкость-пар. Далее будут получены необходимые уравнения  $\Phi$  для трёх фазовых состояний теплоносителей.

Граничные условия для уравнений тепломассопереноса имеют вид:

$$T_1\big|_{x_a} = T_{1a}, \qquad T_2\big|_{x_b} = T_{2b}, \rho_1 v_1\big|_{x_a} = C_1, \qquad \rho_2 v_2\big|_{x_b} = C_2,$$
(2)

где  $C_1$ ,  $C_2$  – известные потоки теплоносителей на соответствующих границах. Начальные условия:

$$T_1\Big|_0 = T_{10}, \qquad T_2\Big|_0 = T_{20}.$$
 (3)

Если в модели (1) потерями давления по длине не пренебрегать, то давление в средах 1 и 2 на отрезке  $\Delta x$  будут изменяться следующим образом:

$$p_{1}(x) = p_{1}(x - \Delta x) - |\Delta p_{1}(x)\Delta x|,$$
  

$$p_{2}(x) = p_{2}(x + \Delta x) - |\Delta p_{2}(x)\Delta x| - |\Delta (p_{2}(x)v_{2}^{2}(x))|,$$
(4)

Bulletin of the South Ural State University. Ser. Mathematical Modelling, Programming & Computer Software (Bulletin SUSU MMCS), 2023, vol. 16, no. 2, pp. 59–67 где  $\Delta p$  – потери давления за счёт сил вязкого трения на единицу длины потока. Последнее слагаемое во второй строке определяет потери исходного давления за счёт дополнительного динамического напора, который появляется с началом перехода жидкого теплоносителя 2 в газообразное состояние (ускорение потока [6,7]).

Далее будем рассматривать характерный случай для теплообменных аппаратов, когда первая среда, требующая охлаждения, – это воздух, а вторая – охладитель в виде жидкого кислорода, который в процессе течения закипает и превращается в газ. С момента  $\tau_{start}$  начала кипения кислорода и до его полного испарения  $\tau_{finish}$  теплоемкость  $c_{p2} = \infty$ . При этом уравнение теплопереноса для второй среды принимает вид обыкновенного дифференциального уравнения

$$\frac{\partial T_2}{\partial \tau} = 0,$$

решение которого – это  $T_2 = \text{const} = T_{2boil}$ , то есть температура кипения  $T_{2boil}$  кислорода с момента закипания и до полного испарения постоянная. При этом плотность теплоносителя меняется от плотности жидкого состояния  $\rho_{2l}$  до плотности газообразного состояния  $\rho_{2g}$ . Здесь и далее нижние индексы l и g обозначают жидкое (liquid) и газообразное (gas) состояния.

Рассмотрим  $\Delta$ -ячейку жидкого кислорода в начале кипения в точке x массой

$$\Delta m_{2l}(x, \tau_{start}) = \rho_{2l} \Delta V_2, \qquad \Delta V_2 = S_2 \Delta x.$$

В процессе кипения данной ячейки в течение времени  $\delta \tau$  часть жидкой фракции массой  $\delta m_{2l}(x, \tau)$ ,  $\tau_{start} < \tau \leq \tau_{finish}$  будет превращаться в пар за счёт теплоотдачи со стороны воздуха к кислороду. Согласно закону Ньютона – Рихмана количество теплоты, отдаваемое  $\Delta$ -ячейке в единицу времени через её поверхность  $\Delta F$ , определяется выражением

$$\Delta Q = \alpha_2 (T_1 - T_2) \Delta F.$$

Коэффициент  $\alpha_2$  для кислорода вместе с коэффициентом  $\alpha_1$  для воздуха определяют коэффициент теплопередачи k.

Очевидно, что k при кипении кислорода изменяется незначительно, несмотря на значительное изменение коэффициента теплоотдачи  $\alpha_2$ . Известно [8,9], что в двухфазном состоянии из-за пузырькового кипения (интенсивное турбулентное перемешивание парожидкостной смеси) коэффициент теплоотдачи резко возрастает на тричетыре порядка, что существенно ускоряет парообразование в кипящей жидкости.

Для рассматриваемой  $\Delta$ -ячейки можно записать уравнение баланса расхода тепла на испарение массы  $\delta m_{2l}$  в ней:

$$\Delta Q\left(x,\tau\right) = \frac{\delta m_{2l}\left(x,\tau\right)L_2}{\delta\tau},$$

где  $L_2$  – скрытая теплота фазового перехода кислорода из жидкого в газообразное состояние. Получаем массу жидкой фракции кислорода, перешедшей в газообразное состояние:

$$\delta m_{2l}(x,\tau) = \frac{\alpha_2 \cdot \left(T_1(x,\tau) - T_{2boil}\right) \Delta F \delta \tau}{L_2}.$$
(5)

Если принять, что парожидкостная смесь однородна, то парциальные плотности в ней должны линейно изменяться от жидкого к газообразному состоянию [10, 11].

61

Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование» (Вестник ЮУрГУ ММП). 2023. Т. 16, № 2. С. 59–67

Тогда получаем следующее выражение для расчёта плотности кипящего кислорода:

$$\rho_2(x,\tau) = \rho_{2g} + \frac{\rho_{2l} - \rho_{2g}}{\rho_{2l}} \frac{\Delta m_{2l}(x,\tau)}{\Delta V_2},$$
(6)

где масса оставшейся жидкой факции:

$$\Delta m_{2l}(x,\tau) = \Delta m_{2l}(x,\tau_{start}) - \sum_{\tau_{start}}^{\tau} \delta m_{2l}(x,\tau), \quad \tau_{start} < \tau \le \tau_{finish}.$$
 (7)

Скорость потока кипящей смеси согласно уравнению неразрывности и граничному условию (2) равна:

$$v_2(x,\tau) = C_2(\tau)/\rho_2(x,\tau).$$
(8)

Теперь можно определить область начала и конца кипения кислорода для расчёта его парожидкостного состояния. Для этого будем контролировать температуру кислорода в направлении потока справа налево от жидкого к газообразному состоянию. Первое значение  $T_2 \ge T_{2boil}$  означает начало кипения. Завершению кипения соответствует момент исчезновения массы жидкой фракции в рассматриваемой  $\Delta$ -ячейке, то есть момент, когда масса  $\Delta m_{2l}(x, \tau) = 0$ . Этот момент  $\tau = \tau_{finish}$ . Потери давления за счёт сил вязкого трения и ускорения потока в двухфазной области определяется из второго уравнения (4).

Уравнения (5) – (8) и условие  $T_2 = T_{2boil}$  образуют модель парожидкостного состояния кислорода в границах  $\tau_{start}$  и  $\tau_{finish}$ . Таким образом, в рассматриваемом противоточном теплообменном аппарате мы имеем три модели разных фазовых состояний потока кислорода (жидкость, кипящая жидкость, газ). Плотность потока в жидком состоянии слабо зависит от температуры и принимается постоянной. Для расчета плотностей теплоносителей в газообразном состоянии использовались функции состояния  $\Phi = \Phi(p, \rho, T)$  реальных газов в виде нелинейного уравнения Битти – Бриджмена, которое решалось итерационно методом Ньютона [3]. При этом если учитывать распределённые потери давления, то давление p(x) необходимо рассчитывать согласно (4).

#### 2. Численное моделирование

В работе [3] описан алгоритм численного решения уравнений (1) – (3) вне области кипения теплоносителей по конечно-разностной схеме «прямоугольник» [12,13].

$$T_{2,i}^{j+1} = T_{2,i}^{j} \frac{1 - \gamma_1 - \gamma_2}{1 + \gamma_1} - T_{2,i+1}^{j+1} \frac{1 - \gamma_1}{1 + \gamma_1} + T_{2,i+1}^{j} \frac{1 + \gamma_1 - \gamma_2}{1 + \gamma_1} + \frac{2\gamma_2 T_{1,i+1/2}^{j}}{1 + \gamma_1}, \qquad i = n - 1, \dots 0,$$

$$T_{1,i+1}^{j+1} = T_{1,i+1}^{j} \frac{1 + \gamma_1 - 0, 5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} - T_{1,i}^{j+1} \frac{1 - \gamma_1 + 0, 5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} + T_{1,i}^{j} \frac{1 + \gamma_1 + 0, 5\gamma_2}{1 + \gamma_1 + \gamma_2} + \frac{2\gamma_2 T_{2,i+1/2}^{j+1/2}}{1 + \gamma_1 + \gamma_2}, \quad i = 0, \dots n - 1,$$
(9)

где индексы *i*, *j* соответствуют пространственным и временным узлам конечноразностной сетки. Коэффициенты  $\gamma_1 = v \Delta \tau / \Delta x$ ,  $\gamma_2 = \Delta \tau k \Delta F / c_p \rho$ ,  $\chi = 1/c_p \rho$  в каждом теплоносителе имеют свои значения. Их параметры вычисляются в зависимости от известных температур по трехточечному шаблону через  $T_{2,i+1}^{j+1}$ ,  $T_{2,i}^{j}$ , для кислорода и через  $T_{1,i}^{j+1}$ ,  $T_{1,i}^{j}$ ,  $T_{1,i+1}^{j}$  для воздуха. На каждом временном слое проводится расчёт температур обоих теплоносителей – сначала кислорода (с учётом температуры воздуха  $T_{1,i+1/2}^{j}$ ), затем воздуха (с учётом уже рассчитанной температурой кислорода  $T_{2,i+1/2}^{j+1/2}$ ). Схема (9) использовалась для расчёта температур вне зоны кипения.

Плотность кислорода в жидком состоянии  $\rho_{2l}$  и теплоёмкость  $c_p(T)$  брались из справочных таблиц [14, 15]. Плотность теплоносителей в газообразном состоянии  $\rho_{1g}(T)$  и  $\rho_{2g}(T)$  рассчитывалась из уравнения Битти – Бриджмена.

Перейдём к алгоритму расчёта процессов тепломассопереноса при кипении кислорода. После первого выполнения условия  $T_{2,i}^{j+1} \ge T_{2boil}$  при вычислениях по схеме (9) принимается температура  $T_{2,i}^{j+1} = T_{2boil}$  и фиксируется граница начала кипения. Затем для текущей ячейки рассчитывается изменение массы жидкой фракции  $\Delta m_{2l,i}^{j+1}$ по формуле (5). Потом определяется масса оставшейся жидкости в расчётной ячейке на основе формулы (7):

$$m_{2l,i}^{j+1} = m_{2l,i}^j - \Delta m_{2l,i}^{j+1}.$$

Если  $m_{2l,i}^{j+1} \leq 0$ , кипение закончилось и фиксируется граница завершения кипения. Иначе температура принимается  $T_{2,i}^{j+1} = T_{2boil}$  и по формуле (6) рассчитывается плотность парожидкостной смеси  $\rho_{2,i}^{j+1}$ .

Скорость всех потоков определяется плотностью их теплоносителей из уравнения (8):

$$v_i^{j+1} = \frac{C^{j+1}}{\rho_i^{j+1}}.$$

Видно, что быстрое снижение плотности кислорода при его кипении приведёт к резкому увеличению скорости газообразного кислорода.

# 3. Результаты расчетов

Расчеты проводились для кожухотрубного противоточного теплообменного аппарата. Длина теплообменной поверхности определялась координатами  $x_a = 0, x_b = 9$  м. Площадь поперечного сечения потока воздуха  $S_1 = 0, 53 \text{ м}^2$ , кислорода  $S_2 = 0, 18 \text{ м}^2$ , общая площадь взаимодействия потоков  $F = 960 \text{ м}^2$ . Начальные температуры принимались  $T_{10} = 315$  К и  $T_{20} = 90$  К. Температура кипения кислорода при заданном давлении  $T_{2boil} = 130$  К. Давления принимались  $p_1 = 5, 8 \cdot 10^6$  Па,  $p_2 = 2, 5 \cdot 10^6$  Па, потерями пока что пренебрегаем. Граничные потоки  $C_1 = 1285 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{ с}}, C_2 = 1717 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{ с}}.$  Расчётная сетка задавалась значениями  $\Delta x = 0, 045$  м и  $\Delta \tau = 9 \cdot 10^{-4}$  с, что удовлетворяет условию устойчивости  $\Delta \tau \leq \frac{\Delta x}{\max_{x,\tau} \left( |v_1(x,\tau)|, |v_2(x,\tau)| \right)}.$ 

Коэффициент теплоотдачи для воздуха принимался  $\alpha_1 = 400 \frac{B_T}{M^2 K}$ , коэффициент теплоотдачи для жидкого кислорода  $\alpha_2 = 1300 \frac{B_T}{M^2 K}$ , в газообразном состоянии  $\alpha_2 = 650 \frac{B_T}{M^2 K}$ . Кипение кислорода исследовалось при двух значениях коэффициентов теплоотдачи  $\alpha_2 = 10^5 \frac{B_T}{M^2 K}$  и  $\alpha_2 = 7 \cdot 10^4 \frac{B_T}{M^2 K}$ .

Нестационарный процесс теплообмена из начального состояния (постоянство температур теплоносителей) за пять секунд полностью переходит в установившееся состояние. Рис. 1 – это температура воздуха  $T_1$  и кислорода  $T_2$  в конце переходного процесса для двух значений  $\alpha_2$  в зоне кипения. Точки на кривых  $T_2$  выделяют зоны кипения кислорода. Видно, что при уменьшении коэффициента теплоотдачи  $\alpha_2$ в зоне кипения происходит расширение области фазового перехода, что существенно отражается на распределении температур  $T_1$ ,  $T_2$  в обоих потоках теплоносителей.



Рис. 1. Распределение температур в конце переходного процесса

Рис. 2 показывает границы зоны кипения кислорода с момента его закипания и до стабилизации переходных процессов в теплоносителях. Видно, что через 0, 1 с жидкий кислород начинает кипеть при выходе из теплообменного аппарата (координата x = 0). В этот момент формируется правая граница парожидкостной смеси, которая резко смещается вправо и после небольшого колебательного процесса устанавливается. Граница конца кипения формируется чуть позже и также смещается вправо до установления течения. В установившемся потоке обе границы не меняют своего положения.



Рис. 2. Границы кипения кислорода

Из рис. 1, 2 видно, что коэффициент теплоотдачи при кипении существенно влияет на ширину зоны парожидкостной смеси и на распределение температур обоих потоков теплоносителей. Увеличение протяжённости зоны кипения охладителя (кислорода) приводит к более интенсивному охлаждению основного теплоносителя (воздуха). В частности, основной теплоноситель при протяжённой зоне кипения был охлаждён на 10К лучше, чем при более узкой зоне. Обнаруженное явление, как мы видим, существенным образом влияет на эффективность работы теплообменного аппарата.

Теперь оценим работу противоточного теплообменного аппарата с учётом возможных потерь давления по длине потоков. В уравнениях (4) зададим следующие значения потерь давления на вязкое трение:  $\Delta p_1 = 1 \%$  от  $p_1(x_a)/L$  и  $\Delta p_2 = 2 \%$  от  $p_2(x_b)/L$ . Потери давления из-за динамического напора  $\Delta \left(\rho_2(x)v_2^2(x)\right) = 1,5 \%$ . Как показали расчёты, суммарные потери на вязкое трение и ускорение потока в кислороде на его выходе при  $x_a$  составили всего лишь 3,5 % от входного давления. Данные потери, естественно, не отразились на рис. 1 и 2. Потери давления оказываются пренебрежимо малыми в сравнении с высоким рабочим давлением в теплообменном аппарате, что отмечают также и другие авторы [6,7].

# Заключение

Предложенная математическая модель и численные методы её решения позволяют рассчитывать состояние пространственно-распределенных параметров (температура, скорость, плотность) нестационарных одномерных течений противоточных сред в теплообменных аппаратах с возможными фазовыми переходами.

Для расчёта течений с фазовым переходом из жидкого в газообразное состояние одного из теплоносителей разработан метод выделения границ области кипения и определения параметров состояния парожидкостной семеси. Показано, что типичные потери давления за счет сил вязкого трения и изменения гидродинамического напора не оказывают заметного влияния на границы фронтов. Приведенные расчёты нестационарных течений в противоточном теплообменном аппарате демонстрируют физичность процессов, полученных математическим и численным моделированием.

Показано, что коэффициент теплопередачи, зависящий от множества трудно учитываемых факторов, существенно влияет на состояние потоков теплоносителей в теплообменном аппарате. Это означает, что точные количественные значения состояний потоков могут быть получены только из решения задачи идентификации коэффициента теплопередачи на основе экспериментальных данных.

Обнаруженное явление улучшения охлаждения основного теплоносителя за счет расширения зоны кипения охладителя может использоваться для повышения КПД существующих и проектируемых теплообменных аппаратов.

# Литература

- 1. Миненко, А.С. Приближенный анализ конвективной задачи Стефана / А.С. Миненко, Е.В. Радевич // Информатика и кибернетика. 2017. № 3(9). С. 100–105.
- 2. Кот, В.А. Новый подход в приближенном решении задачи Стефана с конвективным граничным условием / В.А. Кот // Доклады Национальной академии наук Беларуси. 2020. Т. 4, № 4. С. 495–505.
- 3. Толстых, В.К. Математическое моделирование нестационарных тепловых процессов в противоточных теплообменных аппаратах / В.К. Толстых, К.А. Пшеничный // Вестник Томского государственного университета. Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 51. С. 55–62.
- 4. Батерворс, Д. Теплопередача в двухфазном потоке / Д. Батерворс, Г. Хьюитт. М.: Энергия, 1980.
- 5. Кутателадзе, С.С. Теплопередача при конденсации и кипении / С.С. Кутателадзе. М.: Мешгиз, 1952.
- 6. Григорьев, В.А. Тепло- и массообменные аппараты криогенной техники / В.А. Григорьев, Ю.И. Крохин. М.: Энергоиздат, 1982.
- Алексеев, В.П. Расчет и моделирование аппаратов криогенных установок / В.П. Алексеев, Г.Е. Вайнштейн, П.В. Герасимов. – Л.: Энергоатомиздат. Ленинградское отделение, 1987.

Вестник ЮУрГУ. Серия «Математическое моделирование и программирование» (Вестник ЮУрГУ ММП). 2023. Т. 16, № 2. С. 59–67

- 8. Крейт, Ф. Основы теплопередачи / Ф. Крейт, У. Блек. М.: Мир, 1983.
- 9. Баскаков, А.П. Теплотехника / А.П. Баскаков, Б.В. Берг, О.К. Витт. М.: Энергоатомиздат, 1991.
- 10. Волков, М.Г. Методика расчета течения нефтеводогазовых смесей в стволе вертикальной скважины / М.Г. Волков // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. 2017. № 3. С. 9–42.
- Ивашнев, О.Е. Об особенностях моделирования течений кипящей жидкости / О.Е. Ивашнев // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. – 2008. – № 3. – С. 64–76.
- 12. Самарский, А.А. Теория разностных схем / А.А. Самарский. М.: Наука, 1977.
- 13. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. М.: Физматлит: Лаборатория базовых знаний, 2002.
- 14. Сычев, В.В. Термодинамические свойства кислорода / В.В. Сычев, А.А. Вассерман, А.Д. Козлов, Г.А. Спиридонов, В.А. Цымарный. М.: Издательство стандартов, 1981.
- 15. Варгафтик, Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей / Н.Б. Варгафтик. М.: Наука, 1972.

Виктор Константинович Толстых, доктор физико-математических наук, профессор, кафедра «Компьютерные технологии», Донецкий государственный университет (г. Донецк, Российская Федерация), mail@tolstykh.com.

Кирилл Анатольевич Пшеничный, старший преподаватель, кафедра «Компьютерные технологии», Донецкий государственный университет (г. Донецк, Российская Федерация), kirill\_pch@mail.ru.

Поступила в редакцию 13 сентября 2021 г.

#### MSC 65M06, 80A05

#### DOI: 10.14529/mmp230206

### COMPUTER MODELLING OF NON-STATIONARY FLOWS WITH PHASE TRANSITIONS IN COUNTERCURRENT HEAT EXCHANGERS

### V.K. Tolstykh<sup>1</sup>, K.A. Pshenychnyi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Donetsk State University, Donetsk, Russian Federation E-mail: mail@tolstykh.com, kirill\_pch@mail.ru

> The problems of mathematical and numerical modeling of non-stationary processes of heat and mass transfer in countercurrent heat exchangers with phase transitions in heat carriers are discussed. A one-dimensional problem statement with spatially distributed flow parameters (temperature, density, velocity, heat transfer coefficient) is considered. A method for determining the two-phase zone of the vapor-liquid state and a method for calculating its parameters is proposed. Examples of numerical simulation for a specific heat exchanger with heat carriers in the form of air and liquid oxygen, which boils during the flow are given. The influence of the heat transfer coefficient on the length of the boiling zone is shown, which in turn has a significant effect on the heat transfer process and, accordingly, on the temperature distribution in the coolant flows. In the end, this significantly affects the operation of the heat exchanger.

> Keywords: mathematical modelling; numerical simulation; phase transition counterflow heat exchanger; heat transfer coefficient.

# References

- Minenko A.S., Radevich E.V. [Approximate Analysis of the Convective Stefan Problem]. Informatics and Cybernetics, 2017, no. 3 (9), pp. 100–105. (in Russian)
- Kot V.A. [A New Approach to Approximate Solution of the Stefan Problem with a Convective Boundary Condition]. Doklady of the National Academy of Sciences of Belarus, 2020, vol. 64, no. 4, pp. 495–505. (in Russian)
- Tolstykh V.K., Pshenychnyi K.A. [Mathematical Modelling of Unsteady Heat Processes in Countercurrent Heat Exchangers]. Vestnik Tomskogo Gosudarstvennogo Universiteta. Upravlenie, Vychislitel'naya Tekhnika i Informatika. [Tomsk State University Journal of Control and Computer Science], 2020, no. 1, pp. 55–62. (in Russian)
- 4. Butterwoth D., Hewitt G.F. Two-phase and Heat Transfer. Oxford, New York, Oxford University Press, 1977.
- 5. Kutateladze S.S. *Teploperedacha pri kondensatsii i kipenii* [Heat Transfer During Condensation and Boiling]. Moscow, Meshgiz, 1952.
- 6. Grigir'ev V.A., Krokhin Yu.I. Teplo- i massoobmennye apparaty kriogennoy tekhniki [Heat and Mass Transfer Devices of Cryogenic Equipment]. Moscow, 1982.
- 7. Alekseev V.P. Raschet i modelirovanie apparatov kriogennykh ustanovok [Calculation and Modeling of Cryogenic Plant Apparatuses]. Leningrad, Energoatomizdat, Leningradskoe otdelenie, 1987.
- 8. Kreith F., Black W.Z. *Basic Heat Transfer*. New York; Cambridge; Hagerstown; Philadelphia; San Francisco; London; Mexico; Sao Paulo; Sydney, Harper and Row, 1983.
- 9. Baskakov A.P., Berg B.V., Vitt O.K. *Teplotekhnika* [Heat Engineering]. Moscow, Energoatomizdat, 1991.
- Volkov M.G. [Oil–Water–Gas Flow Calculations in Vertical Wells]. Problemy sbora, podgotovki i transporta nefti i nefteproduktov [Problems of Collecting, Preparing and Transporting Oil and Petroleum Products], 2017, no. 3, pp. 9–42. (in Russian)
- Ivashnev O.E. About the Features of Modeling the Flows of a Boiling Liquid. Fluid Dynamics, 2008, vol. 43, no. 3, pp. 64–76. DOI: 10.1134/S0015462808030071
- 12. Samarskii A.A. *Teoriya raznostnykh skhem* [Theory of Difference Schemes]. Moscow, Nauka, 1977.
- 13. Bakhvalov N.S., Zhidkov N.P., Kobel'kov G.M. *Chislennye metody* [Numerical Methods]. Moscow, Fizmatlit, Laboratoriya bazovykh znaniy, 2002.
- 14. Sychev V.V., Vasserman A.A., Kozlov A.D., Spiridonov G.A., Tsymarnyi V.A. *Termodinamicheskie svoistva kisloroda* [Oxygen Thermodynamic Properties]. Moscow, Izdatel'stvo standartov, 1981.
- 15. Vargaftik N.B. Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei [Handbook on Thermophysical Properties of Gases And Liquids]. Moscow, Nauka, 1972.

Received September 13, 2021