

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОАГУЛЯЦИИ НА ДИНАМИКУ ДВУХФРАКЦИОННОЙ ГАЗОВЗВЕСИ

А.Л. Тукмаков¹, Д.А. Тукмаков¹

¹ИММ Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН, г. Казань, Российская Федерация

Работа посвящена математическому моделированию динамики взвешенных в газе твердых или жидких дисперсных включений – газовзвесей. В исследовании численно моделировалась динамика газовзвеси в канале с учетом и без учета эффекта коагуляции дисперсных включений. Предполагалось, что в канале движется запыленная среда, через боковую поверхность канала происходит вдув капельных фракций, коагулирующих с дисперсными включениями запыленной среды. В работе представлена математическая модель, реализующая континуальную методику моделирования динамики многофазных сред, которая предполагает решение полной системы уравнений динамики для каждой из фаз смеси. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый и теплопроводный газ. Также учитывался межфазный обмен импульсом и межфазный теплообмен. На границах расчетной области, моделируемых как твердые поверхности задавались однородные граничные условия Дирихле для составляющих скорости несущей среды и дисперсной фазы. Дисперсная фаза газовзвеси описывалась как многофракционная, фракции которой отличаются размером дисперсных включений и плотностью материала частиц. Математическая модель предполагала учет взаимодействия между частицами, через поглощение более крупными частицами более мелких частиц за счет столкновительной коагуляции. Сопоставление результатов с учетом и без учета эффекта коагуляции капельной и пылевой фракции газовзвеси демонстрирует, что отсутствие учета эффекта коагуляции оказывает существенное влияние как на распределение концентраций фракций газовзвеси, так и на физические поля фракций и несущей среды.

Ключевые слова: численное моделирование; континуальная модель динамики многофазной среды; межфазное взаимодействие; полидисперсная газовзвесь.

Введение

Одним из разделов механики жидкости и газа является динамика неоднородных сред. Интерес к моделированию течений неоднородных сред связан с тем, что такого рода процессы протекают в естественной природе и в различных областях промышленности [1–32]. В монографии [1] представлена общая теория динамики многофазных сред. В монографии [2] исследованы проблемы движения двухфазных сред – газожидкостных сред с большими скоростями. Изложены теоретические основы, расчетные методы и прикладные задачи. В монографии [3] изложены вопросы математического моделирования ударно-волновых процессов в многофазных средах. Получены уравнения и найдена структура ударной волны в смеси газов и двухфазной смеси. В монографии [4] в одномерном приближении, без учета вязкости среды разработаны математические модели проведены численные расчеты динамики запыленных, газокапельных и порошковых сред. В монографии [5] разработаны магматические модели, численные алгоритмы моделирования и приведены результаты расчетов ударно-волновых и детонационных процессов в газовзвесах металлических частиц. В статье [6] в связи с проблемами загрязнения морской воды углеводородами при добыче полезных ископаемых на морском шельфе математически моделируется течение многофазной затопленной струи. При моделировании процесса движения многофазной среды функции динамики несущей среды предполагаются заранее известными. В публикации [7] представлены различные математические модели, применяемые для описания динамических процессов в неоднородных средах – течений газовзвесей, а также

фильтрация в пористых средах. Обсуждаются особенности континуальной методики математического моделирования динамики газодисперсных сред, в частности важности учета межфазного взаимодействия. В работе [8] развивается подход построения разностных схем для решения жестких задач ударно-волновых течений гетерогенных сред с использованием неявного безытерационного алгоритма расчета межфазных взаимодействий. Метод крупных частиц модифицирован до схемы второго порядка точности по времени и пространству. В статье [9] разработана математическая модель, описывающая переход горения во взрыв твердого унитарного топлива в двухфазной гетерогенной среде: газ – твердые частицы. Проведенный анализ существующих математических моделей, описывающих переход горения во взрыв в двухфазной гетерогенной среде. Математические модели изложенные в работах [8, 9, 12] описывают течение с одномерной геометрией. В исследовании [10] численно исследована динамика сферической ударной волны, сформированной взрывом в центре трубы, содержащей газ и слой водной пены. Численное решение реализовано с использованием программного комплекса OpenFOAM. Математическая модель предполагает в качестве учета межфазного обмена импульсом учет только силы аэродинамического сопротивления. В публикации [11] численно исследуется взаимодействие сферических ударных волн с механическими и тепловыми неоднородностями, расположенными на плоской поверхности. Выявлено, что наличие на плоской поверхности гетерогенного слоя приводит к ослаблению падающей ударной волны внутри слоя в зависимости от объемной доли конденсированной фазы. В работах [11, 13] несущая среда описывается как идеальный невязкий газ. В статье [12] численно исследовался механизм возникновения точек гетерогенной среды, в которых происходит усиление реакции приводящие к усилению плоской ударной волны, формирование таких точек приводит к тому, что в гетерогенной среде процесс детонации происходит интенсивнее, чем в гомогенной среде. В исследовании [13] разработан модифицированный метод Годунова с линейризованным римановым решателем, предназначенный для интегрирования гиперболической системы уравнений многоскоростной гетерогенной среды на структурированной криволинейной сетке. Вязкостью несущей среды пренебрегается. В статье [14] представлены результаты численного моделирования структуры течения в вертикальном монодисперсном газожидкостном потоке в трубе на основе эйлерова подхода с учетом влияния пузырьков на динамику несущей фазы. Математическая модель основана на континуальной методике динамики неоднородных сред. В работе пренебрегается полидисперсным составом дисперсной фазы. В работе [15] проведено математическое моделирование коагуляции капель конечного числа фракций размеров полидисперсной смеси, впрыскиваемых форсункой в область аэрохолодильной установки вдоль направления движения потока воздуха. Доказывается незначительность влияния тепломассобмена между веществом капель и окружающим воздухом на изменение их размеров за время движения от форсунки до рабочей части установки. В описываемой в статье математической модели пренебрегается исследованием динамики несущей среды. В исследовании [16] физически моделировалось влияние вдува на характеристики течения газа с твердыми частицами или жидкими каплями при обтекании тел. Предложен метод защиты поверхности тела от негативного воздействия частиц. Разработаны аналитические выражения, описывающие взаимодействие дисперсных частиц с потоком газа. Отмечается влияние размера дисперсных частиц на их динамику. При выводах выражений описывающих динамику дисперсных включений параметры течения несущей среды предполагается фиксированными. В работе [17] рассмотрены научно-технические задачи расчета тепловой эффективности устройств очистки газодисперсных сред. Также обсуждались конструктивные характеристики насадочных скрубберов конденсационного охлаждения газа водой в пленочном противоточном режиме. В публикации [18] для оптимизации работы

пылеулавливания проведены исследования физических особенностей инерционного движения капель жидкости. Экспериментально установлено, что эффективность пылеулавливания определяется не расходом жидкости, а энергией скоростного напора движения капель жидкости и степенью их диспергирования. В статье [19] исследован процесс работы скруббера для различных скоростных режимов подачи пылевой и капельной фракций с целью повышения эффективности осаждения микронных частиц пыли, выявлены наиболее эффективные режимы работы устройства. В исследовании [20] в связи с экологическими проблемами работы атомных электростанций изучается влияние объемного содержания капельной фракции на эффективность работы скруббера. Выявлено влияние капельной фракции на величину давления несущей среды. В работе [21] в связи с проблемой очистки аэрозольных выбросов атомных электростанций исследовано движение газожидкостной смеси в скруббере. Выявлено влияние эффектов многофазного состава потока на работу устройства. В исследовании [22] оптимизируется работа устройства капельного осаждения твердодисперсных взвесей, определен интервал значений скорости газа для наиболее эффективного осаждения твердых частиц. Изучено влияние инерционности капель жидкости на эффективность осаждения пылевой фракции. В статье [23] в связи с проблемой очистки от частиц золы образуемых при сжигании угля исследуется влияние скорости газа и массового расхода жидкости на эффективность удаления твердодисперсной примеси. Определено, что для различных скоростей газа оптимальные величины расхода жидкости отличаются. Работа [24] посвящена повышению эффективности работы аппаратов мокрой очистки газов на основе скрубберов Вентури за счет увеличения степени поглощения твердых высокодисперсных частиц каплями жидкости в высокоинтенсивных ультразвуковых полях. Математическая модель не предполагала решение уравнений гидродинамики – поле скорости газа задается расчетными соотношениями.

Анализ работ, посвящённых динамике неоднородных сред показывает, что в связи с практическими приложениями, исследуются различные аспекты динамики газодисперсных сред [17–24]. Изучается как динамика газодисперсных сред, так и физические процессы, протекающие в дисперсной фазе неоднородных сред. Интерес в связи с практическими приложениями [17–24] представляет моделирование течений с коагулирующими дисперсными включениями [25]. В ряде работ возможно пренебречь изменениями динамики несущей среды [6, 15, 16], поле скоростей несущей среды задается расчетными соотношениями. Также в исследованиях [8, 9, 12] предполагается либо одномерная геометрия потока, либо пренебрегается вязкостью несущей среды газозвеси [11, 13]. При описании динамики газозвесей дисперсная фаза предполагается монодисперсной и полидисперсными эффектами пренебрегается [14], также часто эффекты коагуляции дисперсных включений не учитываются.

Для описания динамики неоднородных сред существует несколько подходов – равновесная методика моделирования предполагает описание динамики неоднородной среды системой уравнений динамики однородной жидкости или газа при это вводятся поправочные коэффициенты позволяющие описать неоднородность среды [1]; диффузионная методика моделирования динамики неоднородных сред предполагает решение уравнений неразрывности для каждой из компонент смеси, тогда как уравнения сохранения импульса и энергии интегрируются для все смеси в целом. Также существует континуальная методика динамики неоднородных сред [1], в которой для каждой фазы решается полная система уравнений движения сплошной среды для двухмерной геометрии течения с учетом обмена импульсом и теплообмена между фазами смеси. В данной работе применяется континуальная методика динамики неоднородных сред.

Применяемая математическая модель позволяет наиболее полно описать моделируемый процесс. Течение описывается как двухмерное нестационарное. Учитывается

вязкость сжимаемость и теплопроводность несущей среды. Также учитывается силовое и тепловое взаимодействие фаз смеси. Дисперсная фаза моделировалась как полидисперсная и многофракционная, фракции дисперсной фазы могут отличаться как размером дисперсных включений, так и плотностью и теплоемкостью материала частиц, также математическая модель учитывала коагуляцию дисперсных включений [26].

Целью работы было исследование влияния учета коагуляции дисперсных включений на результаты расчета течения газозвеси, в котором массовые доли фаз имеют близкое значение и таким образом параметры течения смеси определяются межфазным взаимодействием. Актуальность исследования связана с тем, что в различных технологических процессах используются течения газок капельных сред, в которых происходит коагуляция дисперсных включений [16 – 24] при этом параметры таких течений зависят от взаимодействия между фазами смеси. Новизна работы заключается в том, что исследуется влияние коагуляции фракций на параметры динамики несущей среды и фракций дисперсной фазы в течении газозвеси, в котором важную роль играет взаимодействие между фазами смеси.

1. Математическая модель

Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса с учетом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [7, 25 – 31]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u^2 + p - \tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho uv - \tau_{xy}) = - \sum_{i=1}^n F_{xi} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho uv - \tau_{yx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v^2 + p - \tau_{yy}) = - \sum_{i=1}^n F_{yi} + \sum_{i=1}^n \alpha_i \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}([e + p - \tau_{xx}]u - \tau_{xy}v - \lambda \frac{\partial T}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}([e + p - \tau_{yy}]v - \tau_{yx}u - \lambda \frac{\partial T}{\partial y}) = \\ = - \sum_{i=1}^n Q_i - \sum_{i=1}^n (|F_{xi}|(u - u_i) + |F_{yi}|(v - v_i)) + \sum_{i=1}^n \alpha_i \left(\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Замыкающие соотношения для уравнений (1) – (4):

$$p = (\gamma - 1)(e - \rho(u^2 + v^2)/2), e = \rho(I + (u^2 + v^2)/2),$$

$$\tau_{xx} = \mu \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} D \right), \tau_{yy} = \mu \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} D \right),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), D = \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right).$$

Динамика каждой из фракции дисперсной фазы описывается уравнением сохранения средней плотности фракции, уравнениями сохранения составляющих импульса и уравнением сохранения тепловой энергии [26]:

$$\frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial y} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial(\rho_i u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_i^2) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i u_i v_i) = F_{xi} - \alpha_i \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial(\rho_i v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_i u_i v_i) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho_i v_i^2) = F_{yi} - \alpha_i \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial e_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_i u_i) + \frac{\partial}{\partial y}(e_i v_i) = Q_i. \quad (8)$$

Плотность несущей среды в континуальной модели [1] определяется выражением $\rho = (1 - \alpha)\rho_g$, где $\rho_g(x, y)$ – функция описывающая плотность газа, $\alpha = \sum_{i=1}^n \alpha_i$ – суммарное объемное содержание фракций дисперсной фазы. Индекс « i » относится к физическим величинам i -й фракции дисперсной фазы, переменные без индекса описывают изменение физических параметров несущей среды. В уравнениях применяются следующие обозначения: ρ – плотность газа, u, v составляющие вектора скорости газа – $V = (u, v)$, e и T полная энергия и температура несущей среды, p – давление газа. Здесь λ, μ, γ – коэффициенты теплопроводности, динамической вязкости и постоянная адиабаты для несущей среды, $I = RT/(\gamma - 1)$ – тепловая энергия несущей среды (R – газовая постоянная) [7, 32], $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$ – составляющие тензора вязких напряжений несущей среды. Для дисперсной фазы используются обозначения: α_i – объемное содержание i -й фракции дисперсной фазы, $\rho_i = \alpha_i \rho_{i0}$ – средняя плотность i -й фракции дисперсной фазы, ρ_{i0} – физическая плотность материала i -й фракции, u_i, v_i составляющие вектора скорости i -й фракции дисперсной фазы – $V_i = (u_i, v_i)$, e_i и T_i тепловая энергия и температура i -й фракции дисперсной фазы, $e_i = \rho_i C_{pi} T_i$, C_{pi} – удельная теплоемкость вещества i -й фракции дисперсной фазы.

Сила межфазного взаимодействия включает в себя силу аэродинамического сопротивления – F_{xid}, F_{yid} , динамическую силу Архимеда – F_{xiA}, F_{yiA} и силу присоединенных масс – F_{xim}, F_{yim} [1]:

$$F_{xid} = \frac{3\alpha_i}{4d_i} C_{di} \rho \sqrt{(u - u_i)^2 + (v - v_i)^2} (u - u_i),$$

$$F_{xiA} = \alpha_i \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right),$$

$$F_{xim} = 0, 5\alpha_i \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial u_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial u_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial u_i}{\partial y} \right),$$

$$F_{yid} = \frac{3\alpha_i}{4d_i} C_{di} \rho \sqrt{(u_1 - u_i)^2 + (v_1 - v_i)^2} (v - v_i),$$

$$F_{yiA} = \alpha_i \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right),$$

$$F_{yim} = 0, 5\alpha_i \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial v_i}{\partial t} - u_i \frac{\partial v_i}{\partial x} - v_i \frac{\partial v_i}{\partial y} \right).$$

Тепловой поток между несущей средой и i -й фракцией описывается как [7]:

$$Q_i = 6\alpha_i \lambda N u_i (T - T_i) / d_i^2, \quad i = 1, \dots, n.$$

Все частицы предполагаются сферической формы. Здесь d_i – диаметр частицы i -й фракции, C_{di} – коэффициент сопротивления частицы i -й фракции, относительное

число Маха – M_i , относительное число Рейнольдса – Re_i , относительное число Нуссельта – Nu_i , число Прандтля – Pr [7]:

$$C_{di} = C_{di}^0 \phi(M_i) \varphi(\alpha_i), C_{di}^0 = \frac{24}{Re_i} + \frac{4}{Re_i^{0,5}} + 0,4,$$

$$\phi(M_i) = 1 + \exp\left(-\frac{0,427}{M_i^{0,63}}\right), \varphi(\alpha_i) = (1 - \alpha_i)^{-2,5},$$

$$Re_i = d_i \rho |\mathbf{V} - \mathbf{V}_i| / \mu, M_i = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_i|,$$

$$Pr = c_p \mu (\lambda)^{-1}, Nu_i = 2 \exp(-M_i) + 0,459 Re_i^{0,55} Pr^{0,33}.$$

Здесь c_p – теплоемкость газа. При определении коэффициента сопротивления – C_{di} функция – $\varphi(\alpha_i)$ учитывает множественность частиц [4]. Аппроксимации для коэффициента сопротивления и числа Нуссельта справедливы для относительных чисел Маха и Рейнольдса [7]: $0 < M_i \leq 2$, $0 < Re_i \leq 2 \cdot 10^5$.

Для описания процесса коагуляции частиц использовалась лагранжева модель коагуляции частиц с относительным скоростным скольжением [24, 25]. Масса m_i частицы i -й фракции ($i = 1, \dots, n$) возрастает за счет поглощения менее крупных частиц j -х фракций с массой m_j [24] ($j = 1, \dots, i - 1$):

$$\frac{dm_i}{dt} = \sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j,$$

$$k_{ij} = 0,25\pi p (d_i + d_j)^2 [u_i \cos(\theta_j) + v_i \sin(\theta_j) - \sqrt{u_j^2 + v_j^2}], \theta_j = \arctg(u_j/v_j)$$

Здесь k_{ij} – константа коагуляции, p – вероятность коагуляции. Полученное значение массы частиц i -й фракции в данном узле конечно-разностной сетки определяет новое значение диаметра частицы i -й фракции – d_i . Уменьшение концентрации мелких частиц i -х фракций вследствие поглощения их частицами j -х ($j = i + 1, i + 2, \dots, n$) фракций, чьи дисперсные включения имеют больший размер, описывается уравнением:

$$\frac{dn_i}{dt} = -n_i \sum_{j=i+1}^n k_{ij} n_j m_j, \alpha_i = \frac{\pi d_i^3 n_i}{6}.$$

Новое значение объемного содержания i -й фракции, изменившееся вследствие коагуляции – α_i . Объемное содержание и физическая плотность вещества фракции определяют среднюю плотность фракции, изменившуюся вследствие коагуляции: $\rho_i = \alpha_i \rho_{i0}$. В начале каждого временного цикла вычислений определялась концентрация частиц i -й фракции через ее среднюю плотность и диаметр частиц. Слияние мелких капель с более крупными приводит к изменению скорости капель укрупнившейся фракции [24, 25]:

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} (u_j - u_i) k_{ij} n_j m_j, \frac{dv_i}{dt} = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{i-1} (v_j - v_i) k_{ij} n_j m_j.$$

Температура частицы i -й фракции после коагуляции с частицами фракций чьи частицы имеют меньший размер, находилась из соотношения:

$$T_{i*} = \frac{1}{C_{i*} m_{i*}} \left(\sum_{j=1}^{i-1} k_{ij} n_j m_j C_j T_j + C_i m_i T_i \right),$$

где T_{i*} , C_{i*} , m_{i*} – температура, удельная массовая теплоемкость и масса частицы i -й фракции после коагуляции, T_i , C_i , m_i – те же параметры до коагуляции. Зная новую температуру и среднюю плотность, находим тепловую энергию фракции, измененную при коагуляции. Связанные с коагуляцией изменения средней плотности, скорости и температуры фракций дисперсной фазы учитывались на каждом временном шаге основного алгоритма.

Система уравнений (1) – (8) интегрировалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака второго порядка точности [32]. Рассмотрим численный алгоритм на примере скалярного нелинейного дифференциального уравнения в частных производных (9) от функции f , где $a(f)$, $b(f)$ $c(f)$ нелинейные функции:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial a(f)}{\partial x} + \frac{\partial b(f)}{\partial y} = c(f). \quad (9)$$

Для нелинейного уравнения (9) численное решение явным конечно-разностным методом Мак-Кормака на n -м временном слое записывается следующим образом [32] (10), (11):

$$f_{j,k,n-1}^* = f_{j,k,n-1} - \frac{\Delta t}{\Delta x}(a_{j+1,k,n-1} - a_{j,k,n-1}) - \frac{\Delta t}{\Delta y}(b_{j,k+1,n-1} - b_{j,k,n-1}) + \Delta t c_{j,k,n-1} \quad (10)$$

$$f_{j,k,n} = 0,5(f_{j,k,n-1}^* + f_{j,k,n-1}) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta x}(a_{j,k,n-1}^* - a_{j-1,k,n-1}^*) - 0,5 \frac{\Delta t}{\Delta y}(b_{j,k,n-1}^* - b_{j,k-1,n-1}^*) + 0,5 \Delta t c_{j,k,n-1}^* \quad (11)$$

Здесь Δt , Δx , Δy – шаги по времени и пространственным направлениям. Для обеспечения монотонности решения применялась схема нелинейной коррекции (10), (11) [33, 34].

На твердых поверхностях для составляющих скорости задавались однородные граничные условия Дирихле, для остальных динамических функций задавались однородные граничные условия Неймана. На входе в канал задавалась продольная скорость пылевой фракции и газа, концентрация пылевой фракции. На выходе из канала задавались однородные условия Неймана для всех функций. В области впрыска капельных фракций задаются следующие граничные условия – $y = 0$, $x \leq L_1$:

$$\rho_2(t, i, 1) = \alpha_{20} \rho_{20},$$

$$u(t, i, 1) = u(t, i, 2), u_1(t, i, 1) = u_1(t, i, 2), u_2(t, i, 1) = u_2(t, i, 2),$$

$$v(t, i, 1) = v_0, v_1(t, i, 1) = v_1(t, i, 2), v_2(t, i, 1) = v_0.$$

Здесь N_x , N_y – количество узлов; i , j – нумерация узлов в x и y направлениях соответственно. Расчеты проводились на равномерной сетке $\Delta x_i = i \cdot L / (N_x - 1)$, $\Delta y_j = j \cdot h / (N_y - 1)$; $N_x = 200$, $N_y = 100$.

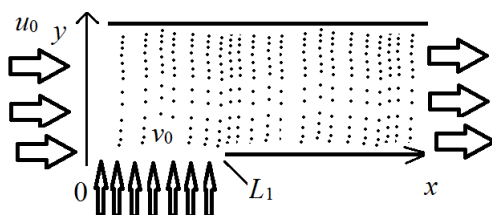


Рис. 1. Общая схема течения

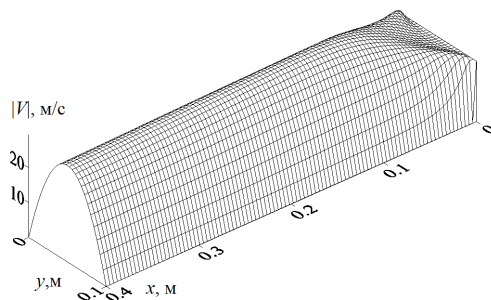


Рис. 2. Пространственное распределение величины скорости газа

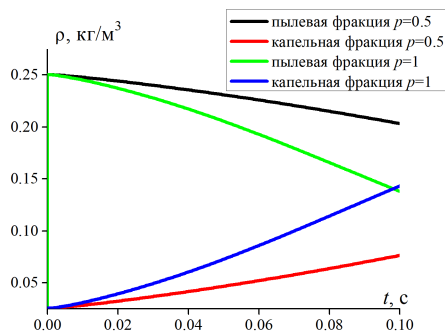


Рис. 3. Временная зависимость средней плотности капельной и капельно-пылевой фракции газозвеси с различными вероятностями

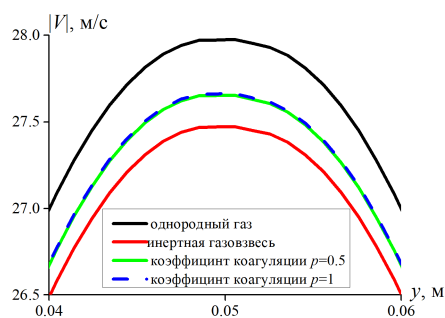


Рис. 4. Поперечное распределение величины скорости несущей фазы в сечении $x = L/2$ в момент времени $t = 0,024$ с

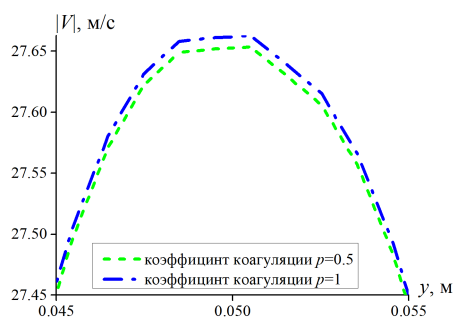


Рис. 5. Сопоставление скорости несущей среды газозвеси при разных вероятностях коагуляции, сечении $x = L/2$ в момент времени $t = 0,024$ с

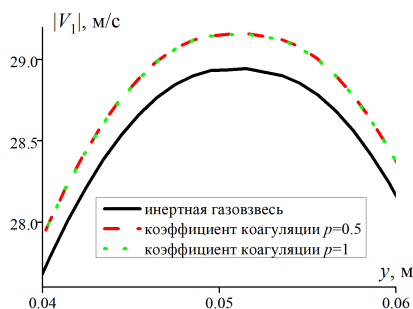


Рис. 6. Поперечное распределение величины скорости пылевой фракции в сечении $x = L/2$ в момент времени $t = 0,024$ с

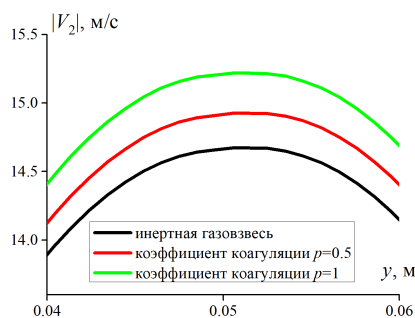


Рис. 7. Поперечное распределение модуля скорости капельной фракции, $x = L/2$. Момент времени $t = 0,024$ с

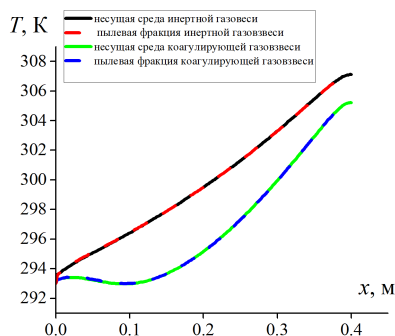


Рис. 8. Продольное распределение температуры пылевой фракции и несущей среды при $y = L/2$ в момент времени $t = 0,024$ с

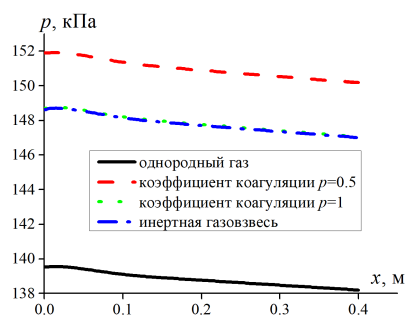


Рис. 9. Продольное распределение давления в однородном газе и в газозвеси с учетом и без учета коагуляции дисперсных включений при $y = L/2$ в момент времени $t = 0,024$ с

2. Результаты расчетов

На рис. 1 представлена общая схема моделируемого течения неоднородной среды. В начальный момент времени пылевая фракция и газ движутся в продольном направлении со скоростью $u_0 = 20$ м/с. В канал с запыленной средой происходит истечение потока капельной фракции. Поток капельной фракции движется со скоростью $v_0 = 4$ м/с под углом $\alpha = \pi/2$ к поверхности канала. Длина канала составляла $L = 0,4$ м, ширина канала $h = 0,1$ м, $L_1 = 0,1$ м.

Частицы запыленной среды имеют плотность $\rho_{10} = 2500$ кг/м³ и диаметр $d_1 = 2$ мкм. Начальное объемное содержание пылевой фракции и ее объемное содержание на входной границе канала $\alpha_{10} = 0,0001$. Через щель в нижней стенке канала втекает поглощающая капельная фракция с диаметром частиц – $d_2 = 200$ мкм. Физическая плотность вещества капель $\rho_{20} = 1000$ кг/м³. Объемное содержание капельной фракции на границе вдува составляет $\alpha_{20} = 0,00025$ (рис. 1). В работе несущая среда описывалась как вязкий, сжимаемый теплопроводный газ на твердых поверхностях для всех составляющих скорости задавались однородные граничные условия Дирихле (рис. 2).

На рис. 3 показано изменение средней плотности пылевой и капельно-пылевой фракции, образующейся при коагуляции с различными вероятностями объединения частиц. Расчеты показывают, что в случае, если при столкновении мелких и крупных частиц поглощение мелких частиц происходит с вероятностью $p = 1$, уменьшение средней плотности пылевой фракции и увеличение средней плотности капельно-пылевой фракции происходит более интенсивно.

На рис. 4 представлены поперечные распределения скорости газа – $|V| = \sqrt{u^2 + v^2}$ для однородной среды и для газозвеси с учетом и без учета коагуляции частиц. При учете коагуляции скорость движения несущей больше, чем в инертной газозвеси и меньше, чем в однородном газе. Данная закономерность может быть объяснена тем, что в случае коагуляции происходит уменьшение объемного содержания мелкодисперсных частиц и, следовательно, уменьшение площади взаимодействия несущей и дисперсной фазы. Большая вероятность коагуляции приводит к более интенсивному уменьшению объемного содержания мелкодисперсных частиц при этом скорость движения несущей среды имеет большее значение (рис. 5).

На рис. 6 представлено распределение величины скорости в сечении канала при $= L/2$. Расчеты показывают, что в инертной газозвеси величина скорости пылевой фракции меньше, чем в коагулирующей. Закономерность может быть объяснена тем, что при коагуляции уменьшается масса мелкодисперсной пылевой фракции, равновесной по скорости с несущей средой и снижающей ее импульс.

Коагуляция частиц капельной и твердой мелкодисперсной фракции приводит к увеличению кинетической энергии капельно-пылевой фракции. В случае вероятности поглощения мелкодисперсных частиц $p = 1$, величина скорости капельной фракции имеет большее значение за счет большей интенсивности поглощения кинетической энергии пылевой фракции, что иллюстрируется на рис. 7.

Численные расчеты демонстрируют, что пространственные распределения температуры пылевой фракции дисперсной фазы с учетом и без учета коагуляции частиц существенно отличаются (рис. 8). В инертной и коагулирующей газозвезях пространственные распределения температуры пылевой фракции согласуются с распределениями температуры несущей среды.

Движение инертной газозвеси в потоке сопровождается формированием более высокого давления, чем в коагулирующей смеси, что показано на рис. 9. При этом в инертной газозвеси меньшее значение принимает скорость газа (рис. 3). Такие распределения скорости и давления объясняются различным содержанием мелкодис-

персной фракции в том и другом случае. Скорость и давление в коагулирующей газозвеси находятся в интервале значений между инертной газозвесью и однородным газом.

Выводы

В работе исследовано влияние коагуляции дисперсных включений на динамику несущей среды и фракций дисперсной фазы. Рассматривалось течение, параметры которого определяются межфазным взаимодействием. Выявлено, что коагуляция приводит к уменьшению влияния дисперсной фазы на динамику несущей среды. При этом возрастает скорость течения несущей среды и уменьшается значение давления газа в канале. Закономерность можно объяснить тем, что интенсивность межфазного взаимодействия определяется площадью контакта несущей и дисперсной фазы смеси. Площади контакта фракций дисперсной фазы обратно пропорциональны линейному размеру дисперсных включений. За счет коагуляции происходит уменьшение объемного содержания мелкодисперсных частиц и увеличение объемного содержания крупнодисперсных частиц, то есть уменьшается площадь взаимодействия несущей и дисперсной фазы. Выявленные закономерности возможно использовать в технологиях газожидкостной очистки запыленных газов.

Работа проводилась при финансовой поддержке государственного задания Федерального исследовательского центра Казанского научного центра Российской академии наук.

Литература

1. Нигматулин, Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1978.
2. Дейч, М.Е. Газодинамика двухфазных сред / М.Е. Дейч, Г.А. Филиппов. – М.: Энергоиздат, 1981.
3. Киселев, С.П. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С.П. Киселев, Г.А. Руев, А.П. Трунев, В.М. Фомин, М.Ш. Шавалеев. – Новосибирск: Наука, 1992.
4. Кутушев, А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах / А.Г. Кутушев. – СПб.: Недра, 2003.
5. Федоров, А.В. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов / А.В. Федоров, В.М. Фомин, Т.А. Хмель. – Новосибирск: Параллель, 2015.
6. Кильдибаева, С.Р. Трехмерная визуализация модели течения многофазной затопленной струи / С.Р. Кильдибаева, Э.И. Харисов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2023. – Т. 16, № 1. – С. 69–80.
7. Крайко, А.Н. Математические модели для описания течений газа и инородных частиц и нестационарной фильтрации жидкости и газа в пористых средах / А.Н. Крайко // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 1. – С. 34–48.
8. Садин, Д.В. Модификация метода крупных частиц до схемы второго порядка точности по пространству и времени для ударно-волновых течений газозвеси / Д.В. Садин // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2019. – Т. 12, № 2. – С. 112–122.
9. Ковалев, Ю.М. Математическая модель газозвеси с химическими превращениями в приближении парных взаимодействий / Ю.М. Ковалев, Е.Е. Пигасов // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2014. – Т. 7, № 3. – С. 40–49.

10. Болотнова, Р.Х. Моделирование динамики ударного импульса в трубе с внутренним слоем водной пены / Р.Х. Болотнова, Э.Ф. Гайнуллина // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2021. – Т. 14, № 1. – С. 118–125.
11. Клиначева, Н.Л. Ослабление сферических ударных волн в гетерогенных средах / Н.Л. Клиначева, Ю.М. Ковалев // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10, № 4. – С. 35–45.
12. Магазов, Ф.Г. Математическое моделирование возможных механизмов образования горячих точек / Ф.Г. Магазов, Е.С. Шестаковская // Вестник ЮУрГУ. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2018. – Т. 11, № 4. – С.154–160.
13. Суров, В.С. К расчету методом Годунова многомерных течений многоскоростной гетерогенной среды / В.С. Суров // Математическое моделирование. – 2017. – Т. 29, № 3. – С. 29–41.
14. Пахомов, М.А. Применение эйлера подхода при моделировании структуры течения в восходящем монодисперсном пузырьковом потоке в трубе / М.А. Пахомов, В.И. Терехов // Прикладная механика и техническая физика. – 2016. – Т. 57, № 3. – С. 49–59.
15. Тимофеева, М.В. Влияние коагуляции капель воды на их распределение по размерам в рабочей части аэрохолодильной установки / М.В. Тимофеева // Журнал технической физики. – 2019. – Т. 89, № 4. – С. 491–496.
16. Вараксин, А.Ю. О влиянии вдува газа на защиту поверхностей тел, обтекаемых двухфазным потоком / А.Ю. Вараксин, М.В. Протасов // Теплофизика высоких температур. – 2017. – № 6. – С. 785–788.
17. Лаптев, А.Г. Математическая модель и теплогидравлические характеристики насадочных скрубберов конденсационного охлаждения газа / А.Г. Лаптев, Е.А. Лаптева // Инженерно-физический журнал. – 2022. – Т. 95, № 1. – С. 259–266.
18. Макаров, В.Н. Повышение эффективности пылеулавливания / В.Н. Макаров, А.В. Угольников, Н.В. Макаров, Г.А. Боярских // Горный журнал. – 2022. – № 8. – С. 62–70.
19. Ahmed, S. Investigation of Dust Particle Removal Efficiency of Self-Priming Venturi Scrubber Using Computational Fluid Dynamics / S. Ahmed, M. Hassan, Q. Kamran, S. Ajmal, S. Waseem, W. Khalid, I. Naseem, A. Masroor, F. Amjad // Nuclear Engineering and Technology. – 2018. – V. 50, № 5. – P. 665–672.
20. Safdar, I. Numerical Simulation of Particulate Removal Efficiency in Venturi Scrubber / I. Safdar, K. Abdullah, A. Majid, M. Ammar // 2017 – 13th International Conference on Emerging Technologies (ICET). – Islamabad, 2017. – P. 1–6.
21. Horiguchi, N. Numerical Simulation of Two-Phase Flow Behavior in Venturi Scrubber by Interface Tracking Method / N. Horiguchi, H. Yoshida, Y. Abe // Nuclear Engineering and Design. – 2016. – V. 310. – P. 580–586.
22. Othmana, N. Simulation Study on Liquid Droplet Size Measurement inside Venturi Scrubber / N. Othmana, S. Dhalywalab // Journal of Engineering. – 2020. – V. 32, № 2. – P. 239–246.
23. Bal, M. Hydrodynamic Study and Particulate Matter Removal in a Self Priming Venturi Scrubber / M. Bal, I. Behera, U. Kumari, S. Biswas, B. Meikap // Environmental Technology and Innovation. – 2020. – V. 20. – Article ID: 101167. – 20 p.
24. Хмелев, В.Н. Моделирование процесса мокрой очистки газов с наложением ультразвуковых полей / В.Н. Хмелев, А.В. Шалунов, Р.С. Доровских, В.А. Нестеров, Р.Н. Голых // Южно-Сибирский научный вестник. – 2017. – Т. 20, № 4. – С. 57–63.
25. Алемасов, В.Е. Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания / В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегаллин, А.П. Тишин, В.А. Худяков. – М.: Издательство ВИНТИ, 1971.
26. Тукмаков, А.Л. Динамика коагулирующей полидисперсной газозвеси в нелинейном волновом поле акустического резонатора / А.Л. Тукмаков // Инженерно-физический журнал. – 2015. – Т. 88, № 1. – С. 11–19.

27. Нигматулин, Р.И. Ударно-волновой раздет газозвесей / Р.И. Нигматулин, Д.А. Губайдуллин, Д.А. Тукмаков // Доклады академии наук. – 2016. – Т. 466, № 4. – С. 418–421.
28. Tukmakov, D.A. Numerical Simulation of Oscillations of Aerosol with a Low Dispersed Phase Concentration in a Closed Tube by the Continuum Mathematical Model / D.A. Tukmakov // Technical Physics. – 2023. – V. 67, № 12. – P. 764–770.
29. Губайдуллин, Д.А. Численное исследование эволюции ударной волны в газозвеси с учетом неравномерного распределения частиц / Д.А. Губайдуллин, Д.А. Тукмаков // Математическое моделирование. – 2014. – Т. 26, № 10. – С. 109–119.
30. Тукмаков, А.Л. Течение полидисперсной газозвесей в канале, сопровождающееся коагуляцией в нелинейном волновом поле / А.Л. Тукмаков, Р.И. Баянов, Д.А. Тукмаков // Теплофизика и аэромеханика. – 2015. – Т. 22, № 3. – С. 319–325.
31. Tukmakov, D.A. Investigation of the Grid Convergence of a Finite-Difference Model of the Dynamics of an Electrically Charged Gas Suspension / D.A. Tukmakov // 2024 – 6th International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE). – Moscow, 2024. – P. 1–6.
32. Флетчер, К. Вычислительные методы в динамике жидкостей / К. Флетчер. – М.: Мир, 1991.
33. Музафаров, И.Ф. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа / И.Ф. Музафаров, С.В. Утюжников // Математическое моделирование. – 1993. – Т. 5, № 3. – С. 74–83.
34. Тукмаков, А.Л. Численное моделирование процесса волновой сепарации твердых частиц при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе / А.Л. Тукмаков // Акустический журнал. – 2009. – Т. 55, № 3. – С. 342–349.

Алексей Львович Тукмаков, доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник, лаборатория механики сплошной среды, ИММ Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН (г. Казань, Российская Федерация), tukmakov@imm.knc.ru.

Дмитрий Алексеевич Тукмаков, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник, лаборатория механики сплошной среды, ИММ Федеральный исследовательский центр Казанский научный центр РАН (г. Казань, Российская Федерация), tukmakovda@imm.knc.ru.

Поступила в редакцию 26 июня 2024 г.

MSC 76T15, 76T10

DOI: 10.14529/mmp240406

NUMERICAL STUDY OF THE INFLUENCE OF COAGULATION ON THE DYNAMICS OF A TWO-FRACTION GAS SUSPENSION

A.L. Tukmakov¹, D.A. Tukmakov¹

¹Institute of Mechanics and Engineering of Federal Research Center Kazan Research Center of the Russian Academy of Sciences, Kazan, Russian Federation
E-mail: tukmakov@imm.knc.ru, tukmakovda@imm.knc.ru

The work is devoted to mathematical modeling of the dynamics of solid or liquid dispersed inclusions suspended in gas-gas suspensions. The study numerically simulated the dynamics of a gas suspension in a channel with and without taking into account the effect of coagulation of dispersed inclusions. It was assumed that a dusty medium is moving in the channel, and droplet fractions are blown through the side surface of the channel, coagulating with dispersed inclusions of the dusty medium. The paper presents a mathematical model

that implements a continuum technique for modeling the dynamics of multiphase media, which involves solving a complete system of dynamic equations for each of the phases of the mixture. The carrier medium was described as a viscous, compressible and thermally conductive gas. Interfacial momentum exchange and interfacial heat transfer were also taken into account. At the boundaries of the computational domain, modeled as solid surfaces, homogeneous Dirichlet boundary conditions were specified for the velocity components of the carrier medium and the dispersed phase. The dispersed phase of a gas suspension was described as multifractional, the fractions of which differ in the size of dispersed inclusions and the density of the particle material. The mathematical model assumed taking into account the interaction between particles, through the absorption of smaller particles by larger particles due to collisional coagulation. A comparison of the results with and without taking into account the effect of coagulation of the droplet and dust fractions of a gas suspension demonstrates that failure to take into account the coagulation effect has a significant impact on both the distribution of concentrations of gas suspension fractions and on the physical fields of the fractions and the carrier medium.

Keywords: numerical modelling; continuum model of the dynamics of a multiphase medium; interphase interaction; polydisperse gas suspension.

References

1. Nigmatulin R.I. *Osnovy mehaniki geterogennyh sred* [Fundamentals of Mechanics of Heterogeneous Media]. Moscow, Nauka, 1978. (in Russian)
2. Deitch M.E., Filippov G.A. *Gazodinamika dvuhfaznyh sred* [Gas Dynamics of Two-Phase Media]. Moscow, Energoizdat, 1981. (in Russian)
3. Kiselev S.P., Ruev G.A., Trunev A.P., Fomin V.M., Shavaleev M.Sh. *Udarno-volnovye processy v dvuhkomponentnyh i dvuhfaznyh sredah* [Shock-Wave Processes in Two-Component and Two-Phase Media]. Novosibirsk, Nauka, 1992. (in Russian)
4. Kutushev A.G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v ajerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah* [Mathematical Modeling of Wave Processes in Aerodispersed and Powdery Media]. St. Petersburg, Nedra, 2003. (in Russian)
5. Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. *Volnovye processy v gazovzvesyah chastic metallov* [Wave Processes in Gas Suspensions of Metal Particles]. Novosibirsk, Parallel, 2015. (in Russian)
6. Kildibaeva S.R., Kharisov E.I. Three-Dimensional Visualization of a Flow Model of a Multiphase Submerged Jet. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2023, vol. 16, no. 1, pp. 69–80. DOI: 10.14529/mmp230106
7. Kraiko A.N. Mathematical Models for Describing the Flow of Gas and Foreign Particles and Unsteady Filtration of Liquid and Gas in Porous Media. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2014, vol. 7, no. 1, pp. 34–48. DOI: 10.14529/mmp140104
8. Sadin D.V. Modification of the Large Particle Method to a Scheme of Second Order Accuracy in Space and Time for Shock-Wave Flows of a Gas Suspension. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2019, vol. 12, no. 2, pp. 112–122. DOI: 10.14529/mmp190209
9. Kovalev Yu.M., Pigasov E.E. Mathematical Model of a Gas Suspension with Chemical Transformations in the Approximation of Pair Interactions. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2014, vol. 7, no. 3, pp. 40–49. DOI: 10.14529/mmp140304
10. Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. Modeling the Dynamics of a Shock Pulse in a Pipe with an Internal Layer of Aqueous Foam. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2021, vol. 14, no. 1, pp. 118–125. DOI: 10.14529/mmp210109

11. Klinacheva N.L., Kovalev Yu.M. Attenuation of Spherical Shock Waves in Heterogeneous Media. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2017, vol. 10, no. 4, pp. 35–45. DOI: 10.14529/mmp170404
12. Magazov F.G., Shestakovskaya E.S. Mathematical Modeling of Possible Mechanisms for the Formation of Hot Spots. *Bulletin of the South Ural State University. Series: Mathematical Modelling, Programming and Computer Software*, 2018, vol. 11, no. 4, pp. 154–160. DOI: 10.14529/mmp180412
13. Surov V.S. Towards the Calculation by the Godunov Method of Multidimensional Flows of a Multi-Velocity Heterogeneous Medium. *Mathematical Modeling*, 2017, vol. 29, no. 3, pp. 29–41. DOI: 10.1007/s10891-014-1022-4
14. Pakhomov M.A., Terekhov V.I. Application of the Eulerian Approach to Simulating the Structure of an Upward Monodisperse Bubbly Flow in a Tube. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2016, vol. 57, no. 3, pp. 432–440. DOI: 10.1134/S0021894416030068
15. Timofeeva M.V. The Effect of Coagulation of Water Droplets on their Size Distribution in the Operating Part of an Air-Cooler Device. *Technical Physics*, 2019, vol. 64, no. 4, pp. 449–454. DOI: 10.1134/S1063784219040248
16. Varaksin A.Y., Protasov M.V. The Effect of Gas Injection on the Protection of Body Surfaces streamlined by a Two-Phase Flow. *High Temperature*, 2017, vol. 55, no. 6, pp. 945–948. DOI: 10.1134/S0018151X17060177
17. Laptev A.G., Lapteva E.A. Mathematical Model and Thermohydraulic Characteristics of Packed Scrubbers of Condensation Cooling of a Gas. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2022, vol. 95, no. 1, pp. 257–265. DOI: 10.1007/s10891-022-02473-3
18. Makarov V.N., Ugolnikov A.V., Makarov N.V., Boyarskikh G.A. Increasing the Efficiency of Dust Collection. *Mining Journal*, 2022, no. 8, pp. 62–70. DOI: 10.17580/gzh.2022.08.09 (in Russian)
19. Ahmed S., Hassan M., Kamran Q., Ajmal S., Waseem S., Khalid W., Naseem I., Masroor A., Amjad F. Investigation of Dust Particle Removal Efficiency of Self-Priming Venturi Scrubber Using Computational Fluid Dynamics. *Nuclear Engineering and Technology*, 2018, vol. 50, no. 5, pp. 665–672. DOI: 10.1016/j.net.2018.01.016
20. Safdar I., Abdullah K., Majid A., Ammar M. Numerical Simulation of Particulate Removal Efficiency in Venturi Scrubber. *2017 – 13th International Conference on Emerging Technologies (ICET)*, Islamabad, 2017, pp. 1–6. DOI: 10.1109/ICET.2017.8281727
21. Horiguchi N., Yoshida H., Abe Y. Numerical Simulation of Two-Phase Flow Behavior in Venturi Scrubber by Interface Tracking Method. *Nuclear Engineering and Design*, 2016, vol. 310, pp. 580–586. DOI: 10.1016/j.nucengdes.2016.10.043
22. Othmana N., Dhalywalab S. Simulation Study on Liquid Droplet Size Measurement Inside Venturi Scrubber. *Journal of Engineering*, 2020, vol. 32, no. 2, pp. 239–246. DOI: 10.17576/jkukm-2020-32(2)-08
23. Bal M., Behera I., Kumari U., Biswas S., Meikap B. Hydrodynamic Study and Particulate Matter Removal in a Self Priming Venturi Scrubber. *Environmental Technology and Innovation*, 2020, vol. 20, article ID: 101167, 20 p. DOI: 10.1016/j.eti.2020.101167
24. Khmelev V.N., Shalunov A.V., Dorovskikh R.S., Nesterov V.A., Golykh R.N. Modeling the Process of Wet Gas Purification with the Application of Ultrasonic Fields. *South Siberian Scientific Bulletin*, 2017, vol. 20, no. 4, pp. 57–63. (in Russian)
25. Alemasov V.E., Dregalin A.F., Tishin A.P., Khudyakov V.A. *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoystva produktov sgoraniya* [Thermodynamic and Thermophysical Properties of Combustion Products]. Moscow, Publishing House VINITI, 1971. (in Russian)
26. Tukmakov A.L. Dynamics of a Coagulating Polydisperse Gas Suspension in a Nonlinear Wave Field of an Acoustic Resonator. *Journal of engineering physics and thermophysics*, 2015, vol. 88, no 1, pp. 11–19. (in Russian)

27. Nigmatulin R.I., Gubaidullin D.A., Tukmakov D.A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures. *Doklady Physics*, 2016, vol. 61, no. 2, pp. 70–73.
28. Tukmakov D.A. Numerical Simulation of Oscillations of Aerosol with a Low Dispersed Phase Concentration in a Closed Tube by the Continuum Mathematical Model. *Technical Physics*, 2023, vol. 67, no. 12, pp. 764–770. DOI: 10.1134/S1063784222110032
29. Gubaidulina D.A., Tukmakov D.A. Numerical Investigation of the Evolution of a Shock Wave in a Gas Suspension with Consideration for the Nonuniform Distribution of the Particles. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2015, vol. 7, no. 3, pp. 246–253. DOI: 10.1134/S2070048215030072
30. Tukmakov A.L., Bayanov R.I., Tukmakov D.A. Flow of Polydisperse Gas-Particle Mixture in a Duct Followed by Coagulation in a Nonlinear Wave Field. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 305–311.
31. Tukmakov D.A. Investigation of the Grid Convergence of a Finite-Difference Model of the Dynamics of an Electrically Charged Gas Suspension. *2024 – 6th International Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*, Moscow, 2024, pp. 1–6. DOI: 10.1109/REEPE60449.2024.10479689
32. Fletcher C.A. *Computation Techniques for Fluid Dynamics*. Berlin, Springer, 1988.
33. Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. Application of Compact Difference Schemes to the Study of Unsteady Flows of Compressible Gas. *Mathematical Modeling*, 1993, vol. 5, no. 3, pp. 74–83. (in Russian)
34. Tukmakov A.L. Numerical Simulation of the Process of Wave Separation of Solid Particles in Resonance Gas Vibrations in the Closed Pipe. *Acoustical Physics*, 2009, vol. 55, no. 3, pp. 345–352. DOI: 10.1134/S1063771009030099

Received June 26, 2024