

РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ДВУМЕРНЫХ ЗАДАЧ СВЕРХРАЗРЕШЕНИЯ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЙРОСЕТЕЙ

Б.А. Лаговский¹, Е.Я. Рубинович², И.А. Юрченко²

¹Российский технологический университет, г. Москва, Российская Федерация

²Институт проблем управления им. Трапезникова, г. Москва, Российская Федерация

Представлен метод получения радиоизображений объектов в двумерном пространстве со сверхразрешением на основе приближённых решений обратной задачи в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Обработка сигналов на основе нового метода позволяет: получать детализированные изображения различных зондируемых областей и объектов; определять количество и расположение малоразмерных объектов в составе сложных целей, которые отдельно не фиксировались; повысить качество решений задач идентификации объектов. Метод применим для систем радиолокации, радионавигации, дистанционного зондирования, использующих многоэлементные излучающие системы. Он основан на экстраполяции сигналов, принимаемых всеми элементами, за пределы самой системы. Решена задача создания необходимой для этого нейронной сети и ее обучения. В итоге на базе исходного формируется новое интегральное уравнение с новым ядром и новыми исходными данными. Этот процесс эквивалентен созданию виртуальной угломерной системы значительно большего размера и, следовательно, с возросшей точностью измерений и повышенным угловым разрешением. Относительно исходной системы, решения полученные созданной виртуальной угломерной системой оказываются решениями со сверхразрешением. На примерах демонстрируется эффективность метода, оценивается адекватность и устойчивость получаемых решений. Численно исследуется степень превышения угломерной системой критерия Рэлея.

Ключевые слова: сверхразрешение; критерий Рэлея; цифровая антенная решетка; сверточные нейронные сети.

Введение

Цифровая антенная решетка (ЦАР) представляет собой совокупность излучающих элементов, расположенных в пространстве в определенном порядке. Направление излучения ЦАР и в целом угловое распределение излучаемой энергии описываются диаграммой направленности (ДН) системы $F(\alpha, \beta)$ и регулируются изменением амплитудно-фазового распределения токов на излучающих элементах.

Двумерная плоская прямоугольная ЦАР выполняется в виде структуры из $(2N + 1) \times (2M + 1)$ равноотстоящих друг от друга на расстоянии d элементов, каждый из которых характеризуется своей ДН $f_{n,m}(\alpha, \beta)$:

$$f_{n,m}(\alpha, \beta) = \exp(ikd(n\alpha + m\beta)), \quad (1)$$

где $n \in [-N, N]$, $m \in [-M, M]$ – описывают пространственное положение излучателя в ЦАР, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – используемая длина волны. Тогда ДН системы $F(\alpha, \beta)$ описывается в виде двумерной суммы

$$F(\alpha, \beta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M f_{n,m}(\alpha, \beta). \quad (2)$$

Принимаемый при сканировании двумерной области Ω сигнал $U(\alpha, \beta)$ представляет собой интегральное преобразование:

$$U(\alpha, \beta) = \iint_{\Omega} F(\phi - \alpha, \psi - \beta) I(\phi, \psi) d\phi d\psi, \quad (3)$$

где $I(\phi, \psi)$ – неизвестное угловое распределение амплитуды источников излучения в области Ω . Качество получаемого изображения на основе (3) определяется угловой разрешающей способностью, оцениваемой в соответствии с критерием Рэлея углами $\delta\alpha$ и $\delta\beta$:

$$\delta\alpha = \lambda/D_\alpha, \quad \delta\beta = \lambda/D_\beta, \quad (4)$$

где $D_\alpha = (2N + 1)d$, $D_\beta = (2M + 1)d$ – линейные размеры антенны в соответствующих направлениях. Углы $\delta\alpha$ и $\delta\beta$ практически равны ширине ДН по половинной мощности $\theta_{0,5}$. Таким образом, описываемое объект распределение $I(\alpha, \beta)$ при прямых измерениях находится с разрешением не лучше $\delta\alpha$ и $\delta\beta$. Возникает задача цифровой обработки сигналов, которая позволила бы находить приближенные решения $I(\alpha, \beta)$ интегрального уравнения (ИУ) (3) и повысить тем самым качество двумерного изображения за счёт превышения критерия Рэлея.

Во многих странах проводятся работы по исследованию и практической реализации методов обработки сигналов, позволяющих превысить (4), т.е. достигать сверхразрешения [1–9]. Известны десятки подобных методов и их разновидностей. Тем не менее, не существует единого универсального метода решения задачи достижения сверхразрешения. Все методы и алгоритмы имеют различные ограничения. Однако наиболее популярные из них [2,5–7] оказываются эффективными только при решении одномерных задач. В двумерных задачах соответствующие алгоритмы значительно усложняются, что приводит к существенному увеличению времени обработки сигналов и иногда к необходимости использования параллельных вычислений [10]. Это не позволяет использовать упомянутые методы техническими системами в режиме реального времени.

Для решения двумерных задач (3) предлагается более эффективный метод обработки данных измерений или наблюдений.

1. Постановка задачи

Используя ДН антенной системы (2), из (3) получим принимаемый сигнал в виде

$$U(\alpha, \beta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M \hat{C}_{n,m} \exp(-ikdn\alpha) \exp(-ikdm\beta), \quad (5)$$

$$C_{n,m} = \iint_{\Omega} f_{n,m}(\phi, \psi) I(\phi, \psi) d\phi d\psi, \quad n \in [-N, N], \quad m \in [-M, M],$$

$$U(\alpha, \beta) = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M \hat{C}_{n,m} \exp(-ikdn\alpha) \exp(-ikdm\beta). \quad (6)$$

Ставится задача создания алгоритма экстраполяции, позволяющего получить с возможно большей точностью значения сигнала $C_{n,m}$, $N < n < K$, $M < m < L$, который принимал бы элемент за пределами физических размеров решетки. Другими словами, решить задачу двумерной экстраполяции сигнала, представленного посредством набора коэффициентов $C_{n,m}$.

Как известно, наилучшие результаты экстраполяции достигаются при использовании нейронных сетей. Одномерная задача экстраполяции с помощью нейросети рассмотрена в статье [11]. Двумерная задача существенно сложнее.

Успешное решение задачи двумерной экстраполяции позволит найти виртуальный сигнал $\hat{U}(\alpha, \beta)$, принимаемый виртуальной ЦАР из $K \times L$ элементов вместо $U(\alpha, \beta)$

ЦАР из $N \times M$ элементов

$$\widehat{U}(\alpha, \beta) = \sum_{n=-K}^K \sum_{m=-L}^L \widehat{C}_{n,m} \exp(-ikdn\alpha) \exp(-ikdm\beta). \quad (7)$$

Новое ядро ИУ (3) в виде ДН виртуальной ЦАР теперь представляет собой:

$$\widehat{F}(\alpha, \beta) = \sum_{n=-K}^K \sum_{m=-L}^L f_{n,m}(\alpha\beta). \quad (8)$$

Из (6) следует, что $C_{n,m}$ являются коэффициентами разложения функции $I(\alpha, \beta)$ в двойной ряд Фурье в области $[-\lambda/d < \alpha, \beta < \lambda/d]$, превышающей область Ω . Тогда с точностью до некоторого постоянного множителя A решение нового ИУ $I(\alpha, \beta)$ совпадает с (7):

$$\widehat{I}(\alpha, \beta) = A\widehat{U}(\alpha, \beta) \sum_{n=-K}^K \sum_{m=-L}^L \widehat{C}_{n,m} \exp(-ikdn\alpha) \exp(-ikdm\beta). \quad (9)$$

Возросшее число членов разложения позволит детализировать изображение. Угловая разрешающая способность системы, следуя критерию Рэлея (4), увеличится до значений

$$\delta\alpha = \lambda/(Kd), \quad \delta\beta = \lambda/(Ld), \quad (10)$$

т.е. возрастет соответственно в K/N и L/M раз.

2. Обоснование выбора метода двумерной экстраполяции

При решении двумерных задач экстраполяции в сравнении с одномерными [11] необходимо увеличить размерность входной матрицы признаков в несколько раз. Таким образом, задача сводится к использованию архитектур нейронных сетей, способных обрабатывать двумерные карты изображения. Такие модели чаще всего используются в компьютерном зрении.

В сравнении с решаемой ранее одномерной задачей [12], применение архитектуры двумерной сверточной сети в сравнении с архитектурой полносвязной нейронной сети прямого распространения обосновано исходной постановкой задачи. В текущей постановке речь идет о решении задачи на двумерных картах данных, имеющих пространственные шаблоны, поиск и запоминание которых обеспечивает большую часть необходимого качества работы модели. Архитектура полносвязной сети, использующейся ранее в работе [12] предназначена именно для одномерных зависимостей без пространственных корреляций и шаблонов, что не дает предпосылок к ее использованию.

В современных исследованиях, для обеспечения высокой скорости и качества работы моделей нейронных сетей в различных задачах применяются модели, построенные на базе принципа «переноса знаний» [13]. Такие модели используют заранее настроенные или «обученные» параметры на открытых больших наборах данных согласно решаемой задаче и домену исходных данных. Модели глубоких нейронных сетей компьютерного зрения, построенных на базе переноса знаний не пригодны для решения поставленной задачи: – архитектура параметров и способ применения таких моделей к исходным данным жестко привязаны к определенным размерностям входных и выходных данных. Такие новые архитектурные особенности, появившиеся,

например в EfficientNet [14], как коэффициент масштабирования, все равно предъявляет определенные требования к минимальной кратности количества пикселей по ширине и высоте во входных данных двумерных карт. Для решения поставленной задачи необходимо соблюсти определенную гибкость в размерностях входных данных, как с точки зрения линейных размеров двумерной карты, так и с точки зрения количества каналов изображений; – классовой домен на которых обучались такие нейронные сети относятся к общему классовому домену открытых наборов данных снимков с фото- и видеокамер [15–17]; – только малая часть популярных реализаций классических архитектур имеют возможность решить задачу двумерной экстраполяции для конкретных зависимостей, что подтверждают работы, в которых проведена разработка собственных частных архитектур глубоких нейронных сетей обработки изображений [18, 19]. Использование готовых архитектур нейронной сети для решаемой задачи было невозможно, т.к.: – сети U-NET и SegNet [20], являющиеся яркими представителями моделей, решающих задачу сегментации изображений, первыми предложили методику реконструкции на базе дескриптора тензорами малого размера с большим числом каналов. Скрытое состояние, которое получается в результате последовательных сверток уменьшающих размер изображения до 16 раз, является дескриптором или описанием контекста изображения. В дальнейшем данный дескриптор разжимается и используется напрямую в сегментации с использованием обработанных каналов из первой свертки (принцип inception block из GoogLeNet [21]). Данная архитектура оставляет исходный размер входного изображения не тронутым, а на выходе из сети ожидается столько выходных карт (каналов изображения), сколько классов для сегментации (локализации) было в обучающей выборке; – семейство сетей Real-ESRGAN [22] решают задачу сверхразрешения изображений окружающего реального мира. Эти сети также решают не задачу экстраполяции за пределы изображений (дорисовка, генерация), а задачу предсказания таких значений между известными пикселями, что с точки зрения постановки интересующей нас задачи не является используемым сценарием. Кроме того, параметры модели и зависимости, обученные на изображениях окружающей нас действительности никаким образом, не смогут найти применение в решаемой задаче. Для обработки двумерной структурированной карты изображений, которой является матрица комплексных коэффициентов принятого сигнала на элементах ЦАР, могут быть применены нейронные сети на базе операций сверток и двумерных конфигураций нейронов с тензорами ядер свёртки, хранящихся в виде весов нейронов.

3. Экстраполяция двумерных карт сверточной нейронной сетью

Двумерная свертка используется в сверточных нейронных сетях (convolutional neural network, CNN) для извлечения признаков из входных данных. Она заключается в том, что на входные данные накладывается фильтр и значения в фильтре умножаются на соответствующие значения во входных данных с добавлением некоторого смещения. В результате получается одно значение, которое представляет степень соответствия фильтра и входных данных в данной позиции:

$$(f * *g)_{(n,k)} = \sum_{h=1}^{h_c} \sum_{w=1}^{w_c} f_{(h,w)} * g_{(n-h,k-w)}, \quad f * *g \in \mathbb{R}^2, \quad (11)$$

где f – входная карта или матрица, над которой производится операция свертки; g – ядро свертки, которое представлено картой или матрицей с h_c количеством строк и w_c количеством столбцов; $f * *g$ – обозначение операции двумерной свертки между

матрицами f и g ; $f * *g_{(n,k)}$ – обозначение, показывающее, что результат операции между матрицами будет находиться на пересечении n -го номера строк и k -го номера столбцов выходной матрицы или карты; h_c, w_c – это ширина и высота ядра свертки g .

Результирующая матрица или тензор $f * *g$ в случае одновременно не равных единице h_c и w_c будет иметь меньший выходной размер по сравнению с матрицей или тензором f , ввиду возможности уместить первое ядро свертки своим центром только на позиции с известными неотрицательными индексами строк или столбцов во время прохода ядра g по карте f . С данной проблемой справляется операция добавления рядов фиктивных нулей после операции двумерной свертки и называется «отступом».

Двумерная свертка используется для обработки изображений, так как она позволяет извлекать признаки из изображения, такие как линии, углы и границы. Фильтры в двумерной свертке представляют собой матрицы, которые перемещаются по изображению и вычисляют корреляцию между фильтром и входными данными.

В качестве используемого алгоритма экстраполяции двумерных карт предлагается использовать двумерные сверточные сети [23] на базе операций транспонированных сверток, способных увеличивать размерность выходных данных по сравнению с входными данными, что хорошо сочетается с выбранной постановкой задачи.

Сверточный слой (convolutional layer) – это один из основных компонентов сверточной нейронной сети (convolutional neural network, CNN). Он выполняет операцию свертки на входном изображении или тензоре, в результате которой получаются выходные данные. Сверточный слой (рис. 1) содержит несколько фильтров (или ядер), каждый из которых выполняет операцию свертки над входным изображением. Результатом этой операции является карта признаков, которая представляет собой активацию фильтра на определенном участке входного изображения.

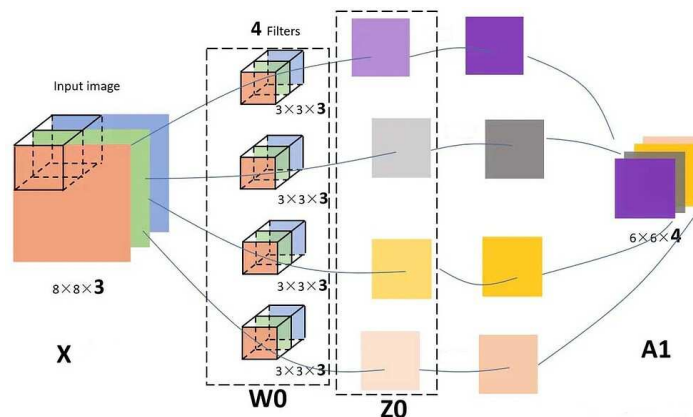


Рис. 1. Сверточный слой нейронной сети

Тензор двумерной карты признаков вычисляется на двумерном сверточном слое с помощью операции двумерной свертки. Эта операция выполняется с использованием фильтра (или ядра) свертки, который перемещается по входному изображению и выполняет умножение значений в фильтре на соответствующие значения в изображении. В результате получается выходное значение для каждой позиции фильтра. Промежуточные двумерные карты подвергаются нелинейному преобразованию с помощью функции активации. Выходные значения затем объединяются в двумерную карту признаков, которая является выходным тензором сверточного слоя.

Выборка, используемая для обучения должна будет составлять набор двумерных карт признаков коэффициентов (6) принятого сигнала на физических устройствах

и соответствующие им наборы двумерных выходных карт коэффициентов сигнала на виртуальных устройствах за пределами апертуры решетки, также рассчитанные с помощью (6), приняв значение $N := K$, в рамках вычисления выражения для конкретно заданного распределения интенсивности источников $I(\alpha, \beta)$ и моделируемой конфигурации целей.

Таким образом будем иметь некоторый алгоритм, обладающий внутренними параметрами, настройка которых будет происходить за счет процедуры обучения на парах примерах истинных значений коэффициентов принятого сигнала на физических устройствах апертуры ЦАР и соответствующих им желаемых значений на виртуальных устройствах, рассчитанных для конкретно заданной картины конфигураций целей.

4. Архитектура сверточной нейронной сети

Приведем архитектуру глубокой нейронной сети для решения задачи двумерной экстраполяции тензора $C \in \mathbb{R}^{2 \times 21 \times 21}$ до тензора $\hat{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$ для плоской ЦАР в форме квадрата. Действительное поле чисел для двумерных карт было выбрано вследствие удобства представления комплексных чисел и обобщения действия алгоритмов экстраполяции.

Архитектура сети схематично представлена на рисунке (рис. 2). Входной тензор коэффициентов проходит через 5 сверточных блоков с транспонированными свертками. В блоках 2 и 3 использованы функции активации $\sin(x)$, использование которых обусловлено природой представленной задачи экстраполяции мод затухающих колебаний, распространяющихся от центра двумерной карты.

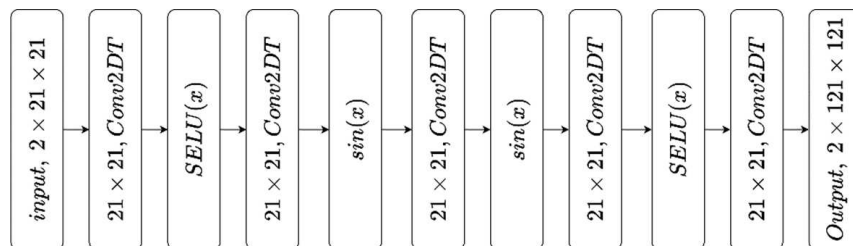


Рис. 2. Архитектура используемой сверточной нейронной сети

В первом и предпоследнем слое используются функции активации $SELU(x)$ [22], не подверженные проблеме затухающих градиентов и проблеме не работающих сверток в сверточном слое.

Представленная сверточная нейронная сеть на базе транспонированных сверток обучалась 1000 эпох на сгенерированных данных 10000 возможных вариантов расположения трех точечных целей, моделируемых дельта-функциями с одинаковыми мощностями. Обучающие выходные тензоры $\tilde{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$ были рассчитаны, как и входные, в соответствии с (6), но для большего значения числа устройств K . Обучение состояло в минимизации ошибки приближения:

$$MSE(\tilde{C}, \hat{C}) = (1/(8K^2 + 16K + 2)) \sum_{ch=1}^2 \sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K \left(\tilde{C}_{ij}^{(ch)} - \hat{C}_{ij}^{(ch)} \right)^2 \quad (12)$$

по ответам $\hat{C} \in \mathbb{R}^{2 \times 121 \times 121}$ нейронной сети.

Обучение параметров сети производилось на основе метода Adam (Adaptive Moment Estimation) [24], как метода, достигающего более быстрой сходимости на больших объемах данных по сравнению с методом стохастического градиентного спуска.

Метод оптимизации Adam представляет собой алгоритм для обновления весов в обучении глубоких нейронных сетей, разработан в 2014 году и является одним из самых популярных методов оптимизации в машинном обучении. Adam основан на идее адаптивной оценки моментов. Он автоматически адаптирует скорость обучения на основе ранее полученных градиентов. Это помогает избежать проблем, связанных с высокой дисперсией градиентов, которые могут возникнуть при использовании других методов, таких как стохастический градиентный спуск (SGD).

5. Численные результаты

Рассмотрим пример решения двумерной задачи в виде определения координат трех точечных целей не лежащих на одной прямой, которые не разрешаются при прямых измерениях. ЦАР представляла собой систему из 21×21 излучателей. Были заданы значения сигналов на каждом элементе ЦАР в виде матрицы C . Значения C были предварительно найдены как сигналы, полученные рассматриваемой ЦАР при наличии трех малоразмерных целей с угловыми координатами в радианах $(-0,029, -0,007)$, $(-0,022, 0,048)$, $(0,028, 0,053)$ в декартовой системе координат $\Omega(\alpha, \beta)$. Требовалось определить количество целей в исследуемой зоне и их угловые координаты.

На рис. 3 показаны результаты, полученные настроенной сверточной нейронной сетью в виде коэффициентов C и \hat{C} : 3.1 – двумерная карта коэффициентов C принятого сигнала реальной ЦАР; 3.2 – карта ожидаемых значений коэффициентов на виртуальных устройствах; 3.3 – выходная карта \hat{C} значений принятого сигнала на виртуальных устройствах на выходах нейронной сети.

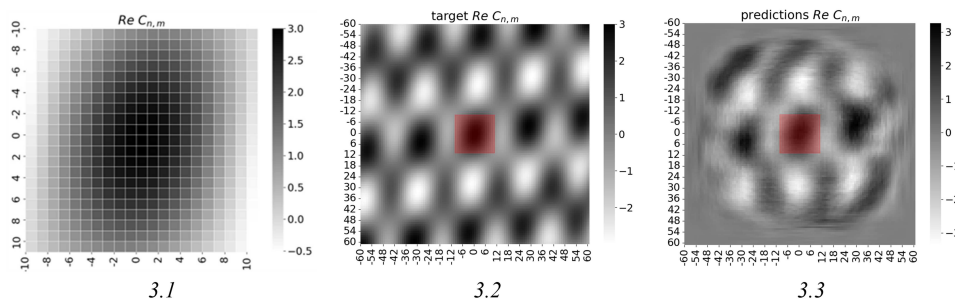


Рис. 3. Значения коэффициентов C и \hat{C}

На графиках по осям отложены номера элементов ЦАР, темный цвет – высокое значение коэффициентов, светлый – низкое. Красным выделена область с известными заданными значениями C (6). Для большей наглядности на рис. 4 показана зависимость значений коэффициентов C и \hat{C} в центральной строке $C_{0,0}$ и $\hat{C}_{0,0}$ от удалённости от центрального элемента.

Вначале зависимость значений принятого сигнала на виртуальных устройствах (черная жирная кривая) идет близко к теоретически ожидаемой зависимости (тонкая кривая). По метрике качества среднего квадратического отклонения между выходной картой и целевой составляет $MSE(C_{\text{target}}, \hat{C}) = 0,696$, что является хорошим результатом экстраполяции. После виртуального элемента под номером 40 устройств

наблюдается ухудшение получаемых результатов. Для дальнейшего повышения качества экстраполяции необходимо совершенствовать архитектуру нейронной сети.

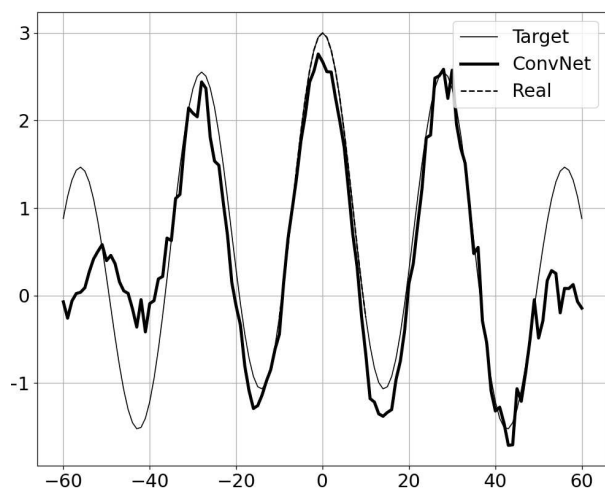


Рис. 4. Результат экстраполяции в виде значений $C_{0,0}$ и $\hat{C}_{0,0}$

На рис. 5 на основе полученных значений коэффициентов \hat{C} показано решение задачи определения количества объектов и их расположения в двумерном пространстве (α, β) (рис. 5.1).

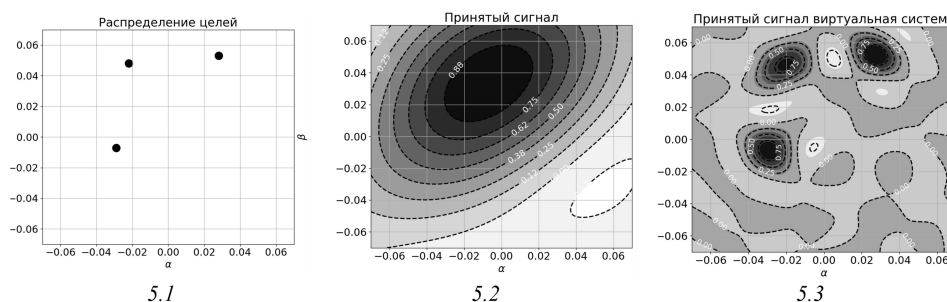


Рис. 5. Распределение интенсивности объектов-источников излучения

Приведено двумерное угловое (в радианах) распределение амплитуд принятого сигнала $U(\alpha, \beta)$ реальной ЦАР (рис. 5.2) и найденное синтезированное распределение $U(\alpha, \beta)$ виртуальной ЦАР (рис. 5.3). Значения $U(\alpha, \beta)$ на рис. 5.2, 5.3 показаны линиями уровня.

На рис. 6. показано найденное решение $U(\alpha, \beta)$ в виде 3D графика. По горизонтальным осям отложены углы (α, β) , по вертикальной – интенсивность отраженного сигнала. Кроме того, в виде 1 показаны истинные координаты целей.

Использование двумерной экстраполяции при обработке сигналов позволило успешно разрешить все малоразмерные объекты, составлявшие ранее единый протяжённый объект. Значение ширины луча ЦАР $\theta_{0,5}$ синтезированной виртуальной ЦАР уменьшилось более, чем в пять раз, по сравнению с шириной луча реальной системы, таким образом, критерий Рэлея при нейросетевой обработке сигнала был превышен в пять раз. Выделить все объекты сложной цели не всегда удаётся. В примере, показанном на рис. 7, две из трёх радиолокационных целей расположены очень близко (рис. 7.1). Истинные координаты объектов: $(-0,002, -0,052)$, $(0,012, 0,043)$ и

(0,01, 0,047). Использование нейросети для двумерной экстраполяции позволило выделить один из объектов – рис. 7.2.

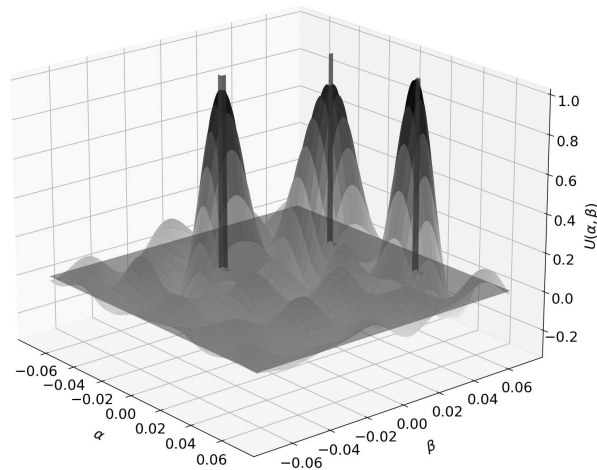


Рис. 6. Обнаружение точечных целей с применением нейронной сети

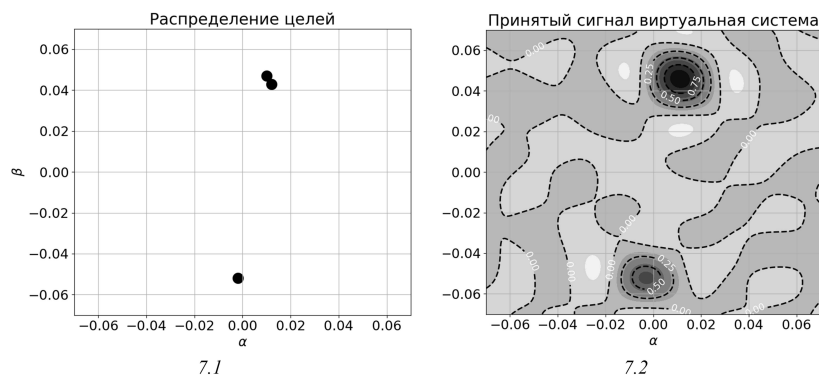


Рис. 7. Обнаружение точечных целей в составе сложной цели

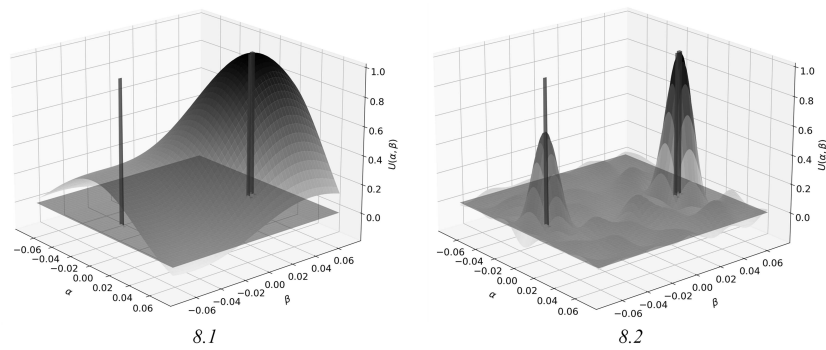


Рис. 8. Принятый при сканировании сигнал $U(\alpha, \beta)$ и синтезированный сигнал $\hat{U}(\alpha, \beta)$

Вид принятого сигнала при непосредственном наблюдении (рис. 8.1) не позволил разрешить цели. Использование нейросети при обработке результатов измерений дало возможность выделить одну из целей (рис. 8.2).

Достигнутая степень сверхразрешения может быть дополнительно улучшена при поиске приближенного решения полученного нового ИУ (3) с найденными при экстраполяции виртуальным сигналом (7) и ядром (8). Решение в этом случае удобно проводить алгебраическим методом [7, 9, 25].

Заключение

Поставлена и решена задача применения двумерной экстраполяции при обработке сигналов с использованием нейронной сети. Обосновано применение двумерных сверточных алгоритмов нейронных сетей для обработки и повышения качества изображений. Показано, что радиоизображения со сверхразрешением восстанавливаются с относительно небольшими ошибками в амплитудных значениях и в угловых положениях объектов. Использование двумерной экстраполяции при обработке сигналов позволяет выделять малоразмерные объекты, составлявшие ранее единую групповую радиолокационную цель. В ходе численных экспериментов найдено, что достигаемая угловая разрешающая способность превышает критерий Рэлея в 4–7 раз. Предложенный метод может быть использован для получения устойчивых решений аналогичных обратных задач в радионавигации, при дистанционном зондировании, в гидроакустике.

Работа проводилась при финансовой поддержке РНФ в рамках научного проекта № 23-29-00134.

Литература

1. Almeida, M.S. Deconvolving Images with Unknown Boundaries Using The Alternating Direction Method Of Multipliers / M.S. Almeida, M.A. Figueiredo // IEEE Transactions on Image Processing. – 2013. – V. 22, № 8. – P. 3074–3086.
2. Dudik, M. Maximum Entropy Density Estimation with Generalized Regularization and an Application to Species Distribution Modeling / M. Dudik, S.J. Phillips, R.E. Schapire // Journal of Machine Learning Research. – 2007. – № 8. – P. 1217–1260.
3. Tan, W.Q. Estimation Of Direction Of Source Arrival Based upon MUSIC and Capon / W.Q. Tan, Y.G. Hou // Journal of Nanchang Institute of Technology. – 2008. – V. 27, № 1. – P. 20–23.
4. Candes, E.J. Super-Resolution from Noisy Data / E.J. Candes, C. Fernandezgranda // Journal of Fourier Analysis and Applications. – 2013. – V. 19, № 6. – P. 1229–1254.
5. Щукин, А.А. Параметризация пользовательских функций в цифровой обработке сигналов для получения углового сверхразрешения / А.А.Щукин, А.Е. Павлов // Российский технологический журнал. – 2022. – Т. 10, № 4. – С. 38–43.
6. Lagovsky, B. Superresolution by Extrapolation for Solving Remote Sensing Problems / B. Lagovsky // Proceedings of the 25th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology. – 2015. – V. 2. – P. 1144–1146.
7. Тихонов, А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1974.
8. Uzun, I.S. FPGA Implementations of Fast Fourier Transforms for Real-Time Signal and Image Processing / I.S. Uzun, A. Amira, A. Bouridane // IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing. – 2005. – V. 152, № 3. – P. 83–296.
9. Abtahi, T. Accelerating Convolutional Neural Network with FFT on Embedded Hardware / T. Abtahi, C. Shea, A. Kulkarni, T. Mohsenin // IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems. – 2018. – V. 26, № 9. – P. 1737–1749.

10. Pratt, H. Fcnn: Fourier Convolutional Neural Networks / H. Pratt, B.M. Williams, F. Coenen, Yalin Zheng // Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases: European Conference. – Skopje, 2017. – P. 786–798.
11. Xiaolong Chen. LFM Signal Detection and Estimation Based on Deep Convolutional Neural Network / Xiaolong Chen, Jiang Qiaowen, Su Ningyuan, Chen Baoxin, Guan Jian // Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference. – Lanzhou, 2019. – P. 753–758.
12. ChiYan Lee. Complex-Valued Neural Networks: A Comprehensive Survey / ChiYan Lee, Hasegawa Hideyuki, Gao Shangce // Journal of Automatica Sinica. – 2022. – V. 9, № 8. – P. 1406–1426.
13. Bassegy, J. A Survey of Complex-Valued Neural Networks / J. Bassegy, Lijun Qian, Xianfang Li // arXiv: Machine Learning. – 2021. – 15 p. – URL: <https://arxiv.org/abs/2101.12249>
14. Lysenko, P.V. Deep Learning Approach to Classification of Acoustic Signals Using Information Features / P.V. Lysenko, I.A. Nasonov, A.A. Galyaev, L.M. Berlin // Doklady RAN. Matematika, Informatika, Processy Upravleniya. – 2023. – V. 514, № 2. – P. 39–48.
15. Fawaz, H.I. Inceptiontime: Finding Alexnet for Time Series Classification / H.I. Fawaz, B. Lucas, G. Forestier, et al // Data Mining and Knowledge Discovery. – 2020. – V. 34, № 6. – P. 1936–1962.
16. Fawaz, H.I. Deep Learning for Time Series Classification / H.I. Fawaz // Data Mining and Knowledge Discovery. – 2019. – V. 33. – P. 917–963.
17. Jingyu Sun. Prototypical Inception Network with Cross Branch Attention for Time Series Classification / Sun Jingyu, Takeuchi Susumu, Yamasaki Ikuo // International Joint Conference on Neural Networks. – Shenzhen, 2021. – P. 1–7.
18. Xueyuan Gong. KDCTime: Knowledge Distillation with Calibration on InceptionTime for Time-Series Classification / Gong Xueyuan, Si Yain-Whar, et al // Information Sciences. – 2022. – V. 613. – P. 184–203.
19. Pialla, G. Data Augmentation for Time Series Classification with Deep Learning Models / G. Pialla, M. Devanne, J. Weber, L. Idoumghar, G. Forestier // International Workshop on Advanced Analytics and Learning on Temporal Data. – Grenoble, 2022. – P. 117–132.
20. Yang Hong. Robust Augmentation for Multivariate Time Series Classification / Yang Hong, T. Desell // arXiv: Machine Learning. – 2022. – 11 p. – URL: <https://arxiv.org/abs/2201.11739v1>
21. Gillespie, D.T. Exact Numerical Simulation of the Ornstein-Uhlenbeck Process and its Integral / D.T. Gillespie // Physical Review E. – 1996. – V. 54, № 2. – P. 2084.
22. Галяев, А.А. Нейросетевой алгоритм перехвата машиной Дубинса целей, движущихся по известным траекториям / А.А. Галяев, А.И. Медведев, И.А. Насонов // Автоматика и телемеханика. – 2023. – Т. 84, № 3. – С. 3–21.
23. Baldi, P. Understanding Dropout / P. Baldi, P.J. Sadowski // Advances in Neural Information Processing Systems. – 2013. – V. 26. – 9 p.
24. Bock, S. A Proof of Local Convergence for the Adam Optimizer / S. Bock, M. Weib // International Joint Conference On Neural Networks. – Budapest, 2019. – P. 1–8.

Борис Андреевич Лаговский, профессор, доктор технических наук, кафедра «Прикладная математика», Российский технологический университет (МИРЭА) (г. Москва, Российская Федерация), robertlag@yandex.ru.

Евгений Яковлевич Рубинович, профессор, доктор технических наук, лаборатория «Управление по неполным данным», Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (г. Москва, Российская Федерация), rubinvch@ipu.ru.

Иван Александрович Юрченков, математик, лаборатория «Управление по неполным данным», Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН (г. Москва, Российская Федерация), qwerty29544@gmail.com.

Поступила в редакцию 10 октября 2024 г.

MSC 45B05

DOI: 10.14529/mmp250108

SOLVING INVERSE PROBLEMS OF ACHIEVING SUPER-RESOLUTION USING NEURAL NETWORKS

B.A. Lagovsky¹, E.Y. Rubinovich², I.A. Yurchenkov²

¹Russian Technology University, Moscow, Russian Federation

²Trapeznikov Institute of Control Sciences, Moscow, Russian Federation

E-mail: robertlag@yandex.ru, rubinvch@ipu.ru, qwerty29544@gmail.com

The actual problem of obtaining approximate numerical solutions of inverse problems in the form of Fredholm integral equations of the first kind for radio and sonar systems and remote sensing is considered. The obtained solutions make it possible to significantly increase the accuracy of measurements, as well as to bring the angular resolution to values exceeding the Rayleigh criterion. This allows you to: – receive detailed radio images of various objects and probed areas; – determine the number of individual small-sized objects in the composition of complex targets that were not recorded separately without the presented signal processing; – to obtain the coordinates of such small-sized objects with high accuracy; – to increase the probability of obtaining correct solutions to problems of recognition and identification of objects. The method is applicable for modern multi-element measuring systems. It is based on extrapolation of signals received by all elements outside the system itself. The problem of creating the necessary neural network and its training has been solved. As a result, a new virtual measuring system of a much larger size is synthesized, which makes it possible to dramatically increase the angular resolution and thereby improve the quality of approximate solutions to the inverse problems under consideration. Examples demonstrate the effectiveness of the method, assess the adequacy and stability of the solutions obtained. The degree of excess of the Rayleigh criterion by the virtual goniometer system depending on the signal-to-noise ratio is investigated.

Keywords: Rayleigh criterion; Fredholm integral equation; extrapolation; neural network.

References

1. Almeida M.S., Figueiredo M.A. Deconvolving Images with Unknown Boundaries Using The Alternating Direction Method Of Multipliers. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2013, vol. 22, no. 8, pp. 3074–3086. DOI: 10.1109/TIP.2013.2258354
2. Dudik M., Phillips S.J., Schapire R.E. Maximum Entropy Density Estimation with Generalized Regularization and an Application to Species Distribution Modeling. *Journal of Machine Learning Research*, 2007, no. 8, pp. 1217–1260.
3. Tan W.Q., Hou Y.G. Estimation of Direction of Source Arrival Based upon MUSIC and Capon. *Journal of Nanchang Institute of Technology*, 2008, vol. 27, no. 1, pp. 20–23.
4. Candes E.J., Fernandezgranda C. Super-Resolution from Noisy Data. *Journal of Fourier Analysis and Applications*, 2013, vol. 19, no. 6, pp. 1229–1254. DOI: 10.1007/s00041-013-9292-3
5. Shchukin A.A., Pavlov A.E. Parameterization of User Functions in Digital Signal Processing for Obtaining Angular Superresolution. *Russian Technological Journal*, 2022, vol. 10, no. 4, pp. 38–43. DOI: 10.32362/2500-316X-2022-10-4-38-43

6. Lagovsky B. Superresolution by Extrapolation for Solving Remote Sensing Problems. *Proceedings of the 25th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology*, 2015, vol. 2, pp. 1144–1146.
7. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach* [Methods of Solving Ill-Posed Problems]. Moscow, Nauka, 1974. (in Russian)
8. Uzun I.S., Amira A., Bouridane A. FPGA Implementations of Fast Fourier Transforms for Real-Time Signal and Image Processing. *IEE Proceedings-Vision, Image and Signal Processing*, 2005, vol. 152, no. 3, pp. 83–296. DOI: 10.1049/ip-vis:20041114
9. Abtahi T., Shea C., Kulkarni A., Mohsenin T. Accelerating Convolutional Neural Network with FFT on Embedded Hardware. *IEEE Transactions on Very Large Scale Integration Systems*, 2018, vol. 26, no. 9, pp. 1737–1749. DOI: 10.1109/TVLSI.2018.2825145
10. Pratt H., Williams B.M., Coenen F., Zheng Yalin. Fcnn: Fourier Convolutional Neural Networks. *Machine Learning and Knowledge Discovery in Databases: European Conference*, Skopje, 2017, pp. 786–98. DOI: 10.1007/978-3-319-71249-9_47
11. Xiaolong Chen, Qiaowen Jiang, Ningyuan Su, Baoxin Chen, Jian Guan. LFM Signal Detection and Estimation Based on Deep Convolutional Neural Network. *Asia-Pacific Signal and Information Processing Association Annual Summit and Conference*. Lanzhou, 2019, pp. 753–758. DOI: 10.1109/APSIPAASC47483.2019.9023016
12. ChiYan Lee, Hideyuki Hasegawa, Shangce Gao. Complex-Valued Neural Networks: A Comprehensive Survey. *Journal of Automatica Sinica*, 2022, vol. 9, no. 8, pp. 1406–1426. DOI: 10.1109/JAS.2022.105743
13. Basse J., Lijun Qian, Xianfang Li. A Survey of Complex-Valued Neural Networks. *arXiv: Machine Learning*, 2021, 15 p. Available at: <https://arxiv.org/abs/2101.12249>. DOI: 10.48550/arXiv.2101.12249
14. Lysenko P.V., Nasonov I.A., Galyaev A.A., Berlin L.M. Deep Learning Approach to Classification of Acoustic Signals using Information Features. *Doklady RAN. Matematika, Informatika, Processy Upravleniya*, 2023, vol. 514, no. 2, pp. 39–48. DOI: 10.31857/S2686954323601239
15. Fawaz H.I., Lucas B., Forestier G., et al. Inceptiontime: Finding Alexnet for Time Series Classification. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2020, vol. 34, no. 6, pp. 1936–1962. DOI: 10.1007/s10618-020-00710-y
16. Fawaz H.I. Deep Learning for Time Series Classification. *Data Mining and Knowledge Discovery*, 2019, vol. 33, pp. 917–963. DOI: 10.1007/s10618-019-00619-1
17. Jingyu Sun, Susumu Takeuchi, Ikuo Yamasaki. Prototypical Inception Network with Cross Branch Attention for Time Series Classification. *2021 International Joint Conference on Neural Networks*, Shenzhen, 2021, pp. 1–7.
18. Xueyuan Gong, Yain-Whar Si, et al. KDCTime: Knowledge Distillation with Calibration on InceptionTime for Time-Series Classification. *Information Sciences*, 2022, vol. 613, pp. 184–203. DOI: 10.1016/j.ins.2022.08.057
19. Pialla G., Devanne M., Weber J., Idoumghar L., Forestier G. Data Augmentation for Time Series Classification with Deep Learning Models. *International Workshop on Advanced Analytics and Learning on Temporal Data*, Grenoble, 2022, vol. 13812, pp. 117–132. DOI: 10.1007/978-3-031-24378-3_8
20. Yang Hong, Desell T. Robust Augmentation for Multivariate Time Series Classification. *arXiv: Machine Learning*, 2022, 11 p. Available at: <https://arxiv.org/abs/2201.11739v1>. DOI: 10.48550/arXiv.2201.11739
21. Gillespie D.T. Exact Numerical Simulation of the Ornstein-Uhlenbeck Process and Its Integral. *Physical Review E*, 1996, vol. 54, no. 2, p. 2084. DOI: 10.1103/PhysRevE.54.2084
22. Galyaev A.A., Medvedev A.I., Nasonov I.A. Neural Network Algorithm for Intercepting Targets Moving Along Known Trajectories by a Dubins' Car. *Automation and Remote Control*, 2023, vol. 84, no. 3, pp. 3–21. DOI: 10.31857/S0005231023030017

23. Baldi P., Sadowski P.J. Understanding Dropout. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 2013, vol. 26, 9 p.
24. Bock S., Weib M. A Proof of Local Convergence for the Adam Optimizer. *2019 International Joint Conference on Neural Networks*, Budapest, 2019, pp. 1–8. DOI: 10.1109/IJCNN.2019.8852239

Received October 10, 2024